

INSTYTUT MECHANIKI STOSOWANEJ
WYDZIAŁ BUDOWY MASZYN I ZARZĄDZANIA
POLITECHNIKA POZNAŃSKA

MAGISTERSKA PRACA DYPLOMOWA

**SYMULACJA KOMPUTEROWA
MIESZANIA PŁYNÓW**

Piotr KOŁODZIEJCZAK

Promotor

Dr hab. Tomasz STRĘK

Poznań, 2010

Spis treści

1. Wprowadzenie.....	2
2. Mieszanie.....	3
2.1 Opis zagadnienia.....	3
2.2 Mieszanie układów dwufazowych.....	4
2.3 Mieszalniki statyczne.....	5
2.4 Zastosowanie mieszania.....	9
3. Równania rządzące procesem mieszania wykorzystywane podczas symulacji.....	12
3.1 Płyn niutonowski.....	12
3.2 Równanie Naviera – Stokes’a.....	12
3.3 Równanie konwekcyjno – dyfuzyjne.....	15
4. Metody obliczeniowe.....	18
4.1 Podstawy metody elementów skończonych.....	18
4.2 Zastosowanie MES.....	22
4.3 Wyznaczenie rozwiązania zagadnienia zależnego od czasu.....	23
5. Programy do modelowania oraz analizy.....	26
5.1 COMSOL Multiphysics.....	26
6. Symulacja komputerowa.....	29
6.1 Opis modelu.....	29
6.2 Warunki brzegowe i początkowe.....	30
6.3 Parametry płynów i przepływu.....	31
6.4 Symulacja mieszania oraz wyniki.....	32
7. Podsumowanie i wnioski.....	47
Bibliografia.....	49
Spis rysunków.....	50

1. Wprowadzenie

Praca ta ma na celu opracowanie numerycznego modelu służącego do opisu postępu mieszania się płynów niutonowskich w układach, którymi są proste miksery (rura z przeszkodami) oraz ma przedstawiać analizę porównawczą w celu wyboru najbardziej wydajnego układu. W dalszej części pracy zostaną przedstawione wyniki symulacji komputerowej procesu mieszania i jego oceny dla modeli mieszanin dwuskładnikowych. Narzędzie, które pomogło w przeprowadzeniu symulacji to program COMSOL Multiphysics wraz z modułem Fluid Dynamics (Incompressible Navier - Stokes) [13]. Z przeglądu literatury zagadnienia wynika, że zaproponowane w niniejszej pracy podejście stanowi nowy element w opisie numerycznym analizowanych procesów.

Całość rozważań ujęto w 7 rozdziałach. Po pierwszym rozdziale wprowadzającym, kolejny drugi rozdział ma charakter opisowy w którym scharakteryzowany jest proces mieszania, mieszanie układów dwufazowych (ciecz-ciecz) oraz mieszalniki statyczne i zastosowanie mieszania w różnych dziedzinach życia.

W trzecim rozdziale zostały zawarte równania rządzące przepływem przez mieszalniki statyczne.

Czwarta część natomiast porusza zagadnienie metody obliczeniowej MES, wykorzystywanej przez program COMSOL Multiphysics oraz zastosowanie metody elementów skończonych.

Kolejny, piąty rozdział to opis programu COMSOL Multiphysics, jego szerokie zastosowanie oraz przedstawienie modułu Fluid Dynamics, w którym zostały wykonane obliczenia.

Rozdział 6 to przedstawienie geometrii modelu, parametrów płynu, warunków brzegowych oraz początkowych zagadnienia. W podpunkcie obejmującym symulację komputerową mieszania, przedstawiono na graficznych ilustracjach, różne warianty mieszalników statycznych. Następnie zostały umieszczone wyniki badań.

2. Mieszanie

2.1 Opis zagadnienia

Z czynnością mieszania człowiek ma do czynienia od wieków i można zaryzykować stwierdzenie, że mieszanie jest jednym z najstarszych procesów ludzkości. We wczesnych dziejach proces ten był typowym procesem ręcznym. Jako element mieszający wykorzystywano patyk, który to został wprowadzony w ruch przez człowieka dzięki sile swoich rąk.

Z biegiem czasu pojemność prymitywnych mieszalników zwiększała się. Człowiek zamienił proces ręczny na proces mechaniczny wykorzystując naturalne źródła energii, które mógł znaleźć obok siebie. W ten oto sposób powstały pierwsze koła napędzane nurtem rzeczny, które za pomocą prostych wałów i przekładni napędzały mieszadła. Pomimo, że proces mieszania na skale przemysłową był stosowany już w średniowieczu, nie jest on do dnia dzisiejszego wszechstronnie przebadany [6].

Z definicji mieszania wiemy, że jest to proces w którym cząsteczki jednej substancji wchodzą w puste przestrzenie znajdujące się między cząsteczkami drugiej substancji. W niniejszej pracy autor skupił się jedynie na mieszanii płynów, a ściślej mieszanii cieczy.

Mieszanie jest bardzo rozpowszechnionym procesem w przemyśle chemicznym i w przemysłach pokrewnych, jak też w życiu codziennym. Mieszanie może przebiegać samorzutnie, np. dzięki dyfuzji składników układu, bądź też w sposób wymuszony wskutek doprowadzenia do układu z zewnątrz energii mechanicznej, np. za pomocą mieszadeł. Substancje poddawane mieszanii zwykle występują w różnych proporcjach. O tym, która z cieczy będzie stanowiła fazę rozproszoną, a która ciągłą, decydują przede wszystkim ich wzajemne proporcje. Wpływ mają także własności fizyczne cieczy, oraz warunki i sposób prowadzenia mieszania. Zazwyczaj rozpraszana jest ta ciecz, której jest znacznie mniej, pozostałe czynniki odgrywają rolę dopiero przy zbliżonych ilościach obydwu cieczy. Reasumując substancja, której jest najwięcej, stanowi fazę ciągłą, pozostałe tworzą w niej fazy rozproszone [11].

2.2 Mieszanie układów dwufazowych

W niniejszej pracy rozważamy tylko mieszanie układów dwufazowych o fazach ciecz-ciecz. Mieszaniny rozproszone utworzone przez nierozpuszczalne w sobie ciecze są nazywane emulsjami. Jedną z tworzących je cieczy zawsze stanowi fazę ciągłą, pozostałe są w niej zdyspergowane w postaci pojedynczych kropeł. W układach dwufazowych rozpraszana jest tylko jedna ciecz, a otrzymany emulsje są dwuskładnikowe. Takie układy występują w procesach technologicznych realizowanych w różnych gałęziach przemysłu, najliczniej jednak w spożywczym, farmaceutycznym, chemicznym oraz im pokrewnych. Z emulsjami mamy do czynienia przy ekstrakcji, polimeryzacji, syntezie organicznej, w niektórych procesach biotechnologii takich jak hydroliza czy fermentacja.

Ciecze tworzące emulsję mają na ogół różne gęstości, dlatego po wlaniu do zbiornika mieszalnika szybko się rozwarstwiają. W większości przypadków w cieczach o większej gęstości rozkładane są ciecze lżejsze, stanowiące różnego rodzaju rozpuszczalniki lub ciecze organiczne. W przeciwnych przypadkach, gdy ciecz o większej gęstości ma być rozpraszana w lżejszej, układ taki przypomina typowe zawiesiny, z ciałem stałym cięższym od cieczy.

Celem mieszania jest doprowadzenie do zaniku granicy rozdziału warstw obydwu cieczy, przez przeniknięcie jednej z nich, tej rozpraszanej - do wnętrza drugiej – tworzącej fazę ciągłą, a następnie jej rozproszenie w postaci możliwie małych kropeł. Wymaga to znajomości zarówno warunków prowadzenia mieszania gwarantujących wytworzenie emulsji, jak i wymiarów otrzymanych kropeł oraz wpływu, jaki mogą na nie wywierać wielkości charakteryzujące obie ciecze i przebieg samego procesu mieszania [8].

2.3 Mieszalniki statyczne

Mieszalniki statyczne są alternatywą do mieszalników mechanicznych, ponieważ często okazuje się, że koszt energii włożonej w homogenizację przy zastosowaniu układów mechanicznych dochodzi do granicy opłacalności, dlatego szuka się takiego rozwiązania aby oprócz efektywności niosły za sobą wymiar ekonomiczny. Mieszalniki statyczne są urządzeniami o pracy ciągłej, umieszczone na stałe wewnątrz rury i czerpiące energię do homogenizacji przez stratę ciśnienia wywołaną przepływem płynów przez ich elementy [11].

W procesie mieszania płynów jednym z kluczowych parametrów określającym postęp mieszania jest tzw. „stopień wymieszania”. W rozdziale 6 pracy zostaną przedstawione wyniki symulacji komputerowej procesu mieszania i jego oceny dla modeli mieszanin dwuskładnikowych. Oba składniki dostarczane są do mieszalnika z różną intensywnością.

Przełóżając literaturę dochodzimy do wniosku, że mieszalniki statyczne mają szereg zalet w porównaniu z mieszalnikami tradycyjnymi typu mechanicznego, z których ważniejsze to:

- praca ciągła;
- niskie koszty inwestycyjne;
- niskie koszty eksploatacyjne;
- wysoki stopień zamieszania;
- łatwa kontrola techniczna procesu.



Rys. 2.1 Bezszczelinowy mieszacz statyczny, zapewniający maksymalną wymianę ciepła [10]

Z uwagi na te zalety są one stosowane w wyjątkowo trudnych przypadkach mieszania, np. mieszanie dwu lub więcej strumieni płynów o dużych lepkościach – pasty, stężone roztwory oraz stopy polimerów – dla mieszania których tradycyjne mieszalniki mechaniczne są mało efektywne. Mieszalniki takie są również wykorzystywane dla wytwarzania układów dyspersyjnych, np. emulsji o wąskim rozkładzie średnic kropeł, mieszania sypkich ciał stałych, mieszania gazów.



Rys. 2.2 Element mieszacza statycznego do instalacji w rurociągu [10]



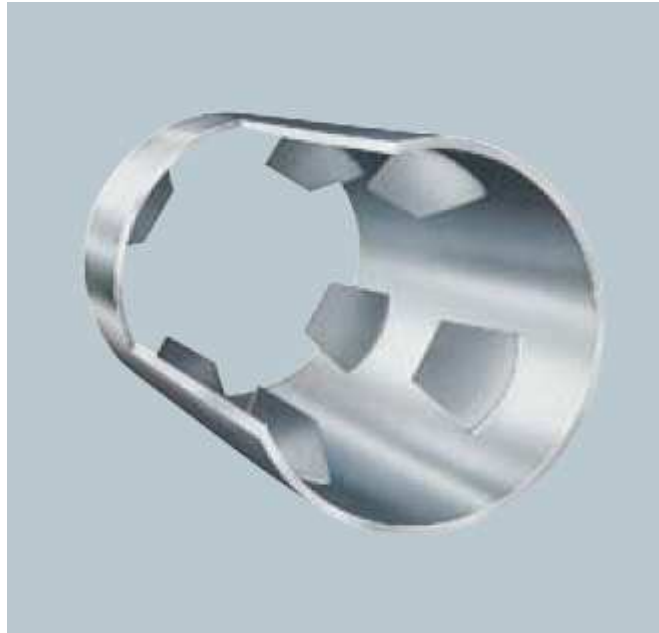
Rys. 2.3 Mieszacz statyczny typu KM, w elemencie roboczym nie występują ruchome części[10]



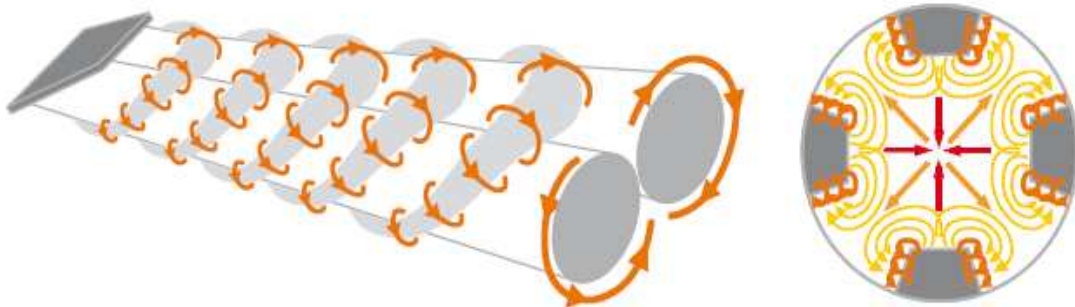
Rys. 2.4 Mieszacz statyczny składający się z wielu krzyżujących się łopatek [10]

Proces mieszania w mieszalniku statycznym typu KMX następuje na skutek rozdzielania przepływu substancji i rozprowadzenia jej wzdłuż promienia rury. Podczas przepływu turbulentnego następuje intensywne ścinanie. Taki typ

mieszacza przeznaczony jest dla cieczy o wysokiej lepkości zawierających małą ilość dodatków.



Rys. 2.5 Mieszacz statyczny typu HEV, dla przepływów turbulentnych [10]



Rys. 2.6 Zasada działania mieszaczy statycznych typu HEV [10].

W mieszaczu statycznym typu HEV (rys.2.6) występuje specyficzne ustawienie czterech trapezoidalnych elementów co powoduje 32-krotnie zawirowanie w przepływie oraz skutkuje zwiększeniem intensywności mieszania substancji.

Mieszanie w mieszalnikach statycznych (rys.2.1 – 2.6) odbywa się wskutek:

- kolejnego dzielenia i łączenia głównego strumienia płynu w poszczególnych elementach mieszających;
- skreślenia strugi w kolejnych elementach względem osi rury;
- obrotu strugi względem osi przepływu raz w lewo raz w prawo.



Rys. 2.7 Zasada działania mieszalnika statycznego [10].

Po przeanalizowaniu literatury można stwierdzić, że brak jest w literaturze pełnej analizy procesów mieszania się płynów newtonowskich w prostych układach geometrycznych. Autorzy w dotychczasowych publikacjach skupili się przede wszystkim na układach mechanicznych, a publikacje dotyczące mieszalników statycznych nie przedstawiały sposobu wyboru najlepszego miksera spośród kilku o podobnych cechach geometrycznych [11].

2.4 Zastosowanie mieszania

Proces mieszania ma bardzo duży wpływ na wiele gałęzi przemysłowych począwszy od przemysłu spożywczego, przez farmacje i biotechnologie a na przemyśle energetycznym skończywszy. Niewątpliwie jest to proces od którego jesteśmy zależni. W tabeli 2.1 zostały przyporządkowane najważniejsze zastosowania procesu mieszania w poszczególnych dziedzinach.

Tabela 2.1 Zastosowanie procesu mieszania [10]

<p>Agrochemia</p> <ul style="list-style-type: none"> • Produkcja nawozów i środków owadobójczych • Rozcieńczanie karmy zwierzęcej 	<p>Przemysł chemiczny</p> <ul style="list-style-type: none"> • Chlorowanie i utlenianie • Dyspergowanie organicznych roztworów wodnych • Rozcieńczanie kwasów i alkaliów
<p>Energetyka</p> <ul style="list-style-type: none"> • Przetwórstwo ropy naftowej • Nawilżanie parą wodną • Podgrzewanie zawiesin oleju węglowego 	<p>Przemysł spożywczy</p> <ul style="list-style-type: none"> • Mieszanie dodatków spożywczych • Zmywanie olejów i smarów kwasem • Podgrzewanie i chłodzenie roztworów cukru • Gotowanie roztworów skrobi • Mieszanie produktów mleczarskich oraz olejów jadalnych • Produkcja wyrobów cukierniczych, • Produkcja modyfikatorów żywnościowych
<p>Farmacja i biotechnologia</p> <ul style="list-style-type: none"> • Produkcja roztworów odżywczych • Regulacja wartości pH • Sterylizacja 	<p>Inżynieria przemysłowa</p> <ul style="list-style-type: none"> • Mieszanie klejów, żywic, kwasów oraz innych środków, z jednoczesną kontrolą temperatury

<ul style="list-style-type: none"> • Fermentacja 	
<p>Produkcja tworzyw sztucznych</p> <ul style="list-style-type: none"> • Zapewnienie jednorodnego rozkładu temperatury • Mieszanie substancji w reaktorze przepływu tłokowego • Ogrzewanie/chłodzenie polimerów przed odparowywaniem/ granulowaniem 	<p>Uzdatnianie wody</p> <ul style="list-style-type: none"> • Mieszanie flokulantów • Regulacja wartości pH • Rozcieńczanie polimerów

3. Równania rządzące procesem mieszania wykorzystywane podczas symulacji

3.1 Płyn niutonowski

Płyn niutonowski [1] jest przykładem płynu lepkiego. Jest tak nazwany każdy płyn, w którym powstają naprężenia styczne, o ile pole prędkości jest niejednorodne. Naprężenia styczne są więc przejawem lepkości płynu.

Według hipotezy Newtona istnieje klasa płynów, w których naprężenia styczne są wprost proporcjonalne do prędkości odkształceń postaciowych. Hipoteza ta znalazła potwierdzenie eksperymentalne w odniesieniu do takich płynów, jak: woda, oleje mineralne, powietrze i inne, które nazywamy płynami niutonowskimi [9].

Przypisujemy im następujące własności:

1. Składowe tensora naprężeń są liniowymi funkcjami składowych tensora prędkości odkształceń.
2. Płyn jest izotropowy, tzn. ma jednakowe właściwości we wszystkich kierunkach.

Wymienione płyny możemy modelować również jako bardziej złożone płyny nieniutonowskie.

3.2 Równanie Naviera - Stokesa

Płyn, który zachowuje podstawowe równanie stanu postulowane przez Newtona jest płynem niutonowskim. Jest to płyn, którego równanie fizykalne ma postać[1] :

$$\mathbf{T} = (-p + \lambda \nabla \cdot \mathbf{v})\mathbf{I} + 2\mu\mathbf{E} \quad (3.1)$$

gdzie: \mathbf{T} – jest tensorem naprężenia, p – ciśnienie, λ – współczynnik lepkości objętościowej, ∇ – operator nabra, \mathbf{v} – prędkość lokalna płynu,

\mathbf{I} – tensor jednostkowy, μ – lepkość dynamiczna, \mathbf{E} – tensor prędkości odkształceń.

Następnie w przypadku cieczy niutonowskiej (nieściśliwej) mamy:

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = 0 \quad (3.2)$$

oraz

$$\mathbf{T} = -p\mathbf{I} + 2\mu\mathbf{E}. \quad (3.3)$$

Wyprowadzając równania różniczkowe przepływu takiej cieczy należy się oprzeć o równanie ogólne:

$$\frac{d\Pi}{dt} = \int_v \left[\frac{d(\rho v)}{dt} + \rho \mathbf{v} \nabla \cdot \mathbf{v} \right] dV \quad (3.4)$$

gdzie :

$$\Pi = \int_v \rho v dV \quad (3.5)$$

Π – pęd jednostki objętości płynu, ρ – gęstość, V – objętość.

Następnie należy wyznaczyć divergencję tensora (3.3)

$$\nabla \cdot \mathbf{T} = -\nabla \cdot (p\mathbf{I}) + 2\mu \nabla \cdot \mathbf{E}. \quad (3.6)$$

Obliczając divergencję tensora prędkości odkształceń \mathbf{E} , zdefiniowanego wzorem:

$$\mathbf{E} = \frac{1}{2} (\nabla \mathbf{v} + \nabla \mathbf{v}^T) \quad (3.7)$$

korzystamy m.in. z równości $\nabla \cdot \nabla \mathbf{v}^T = 0$, słusznej jedynie dla płynu nieściśliwego.

Mamy więc:

$$2\mu\nabla \cdot \mathbf{E} = 2\mu\nabla \cdot \left[\frac{1}{2}(\nabla\mathbf{v} + \nabla\mathbf{v}^T) \right] = \mu\nabla^2\mathbf{v} \quad (3.8)$$

gdzie: ∇^2 – laplasjan, obrazuje siły lepkości działające w płynie.

Laplasjan prędkości \mathbf{v} jest wektorem, który np. w układzie kartezjańskim ma następującą budowę:

$$\nabla^2\mathbf{v} = \mathbf{i}\nabla^2v_x + \mathbf{j}\nabla^2v_y + \mathbf{k}\nabla^2v_z \quad (3.9)$$

Tak więc po uwzględnieniu

$$\nabla \cdot (-p\mathbf{I}) = -\nabla p \quad (3.10)$$

Otrzymujemy

$$\nabla \cdot \mathbf{T} = -\nabla p + \mu\nabla^2\mathbf{v}. \quad (3.11)$$

Podstawiamy ten wzór do równania (3.4) i dzielimy przez ρ . Uwzględniając warunek: $\mu/\rho = \nu$ (lepkość kinematyczna), otrzymujemy ostatecznie równanie Naviera – Stokesa w postaci wektorowej:

$$\frac{\partial\mathbf{v}}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla\mathbf{v} = \mathbf{F} - \frac{1}{\rho}\nabla p + \nu\nabla^2\mathbf{v}. \quad (3.12)$$

Równanie różniczkowe przepływu cieczy niutonowskiej w zapisie wskaźnikowym ma postać:

$$\frac{\partial v_i}{\partial t} + v_j \frac{\partial v_i}{\partial x_j} = F_i - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 v_i}{\partial x_j \partial x_j} \quad (i, j = 1, 2, 3). \quad (3.13)$$

Oznaczenia oraz jednostki:

v – prędkość lokalna płynu [m/s],

\mathbf{F} – siła masowa na jednostkę masy [m/s^2],

t – czas [s],

p – ciśnienie [$kg/m \cdot s^2$],

ρ – gęstość [kg/m^3],

ν – lepkość kinematyczna [m^2/s],

∇ - operator nabra,

∇^2 – laplasjan.

3.3 Równanie konwekcyjno – dyfuzyjne

Konwekcja jest jednym z kilku mechanizmów transportu energii cieplnej (wymiany ciepła), np. przenoszenie za pomocą dyfuzji molekularnej, dyfuzji turbulencyjnej, adwekcja (przenoszenie, konwekcja) ciepła. Konwekcja jest wydajnym sposobem przekazywania ciepła, ale jednocześnie silnie zależnym od substancji i warunków w jakich zachodzi. Konwekcja w atmosferze i wodzie ma duże znaczenie w kształtowaniu klimatu i pogody na Ziemi [1].

Wyróżnia się:

- Konwekcję swobodną – ruch płynu jest wywołany różnicami gęstości wywołanymi konwekcją.
- Konwekcję wymuszoną – występuje ruch płynu nie wynikający z konwekcji, wywoływany przez czynniki zewnętrzne urządzenia wentylacyjne, wiatr itp.

W układach fizycznych często występuje konwekcja mieszana, będąca złożeniem obu typów konwekcji. Ilość przekazanego ciepła przez konwekcję zależy od szybkości ruchu płynu, dlatego w celu zwiększenia przekazywania

ciepła w komputerach, chłodnicach samochodowych itp. stosuje się wentylatory zwiększające prędkość przepływu powietrza.

Działanie tarcia wewnętrznego powoduje, że wirowość ulega dyfuzji. Proces ten został zbadany na podstawie równania Helmholtza, uogólnionego dla płynu niutonowskiego. Równanie dla płynu idealnego ma postać[1]:

$$\frac{d\Omega}{dt} - \Omega \cdot \nabla \mathbf{v} = 0 \quad (3.14)$$

Jeżeli teraz za punkt wyjścia obierzemy równanie Naviera – Stokesa i poddamy je przekształceniu to otrzymamy:

$$\frac{d\Omega}{dt} - \Omega \cdot \nabla \mathbf{v} = \nu \nabla^2 \Omega. \quad (3.15)$$

W ten sposób otrzymaliśmy równanie Helmholtza. Na podstawie tego równania możemy stwierdzić, że zmiana wirowości w przepływie lepkiem jest spowodowana dwoma procesami: dyfuzją (współczynnikiem tego procesu jest lepkość kinematyczna) i konwekcją. Zarówno procesy dyfuzji jak i konwekcji polegają w istocie na wymianie pędu; jednak pierwszy – na poziomie molekularnym, drugi w skali makroskopowej.

Dyfuzja jest procesem wyrównywania się stężenia składników w mieszaninie gazów lub cieczy w wyniku bezwładnego ruchu cieplnego cząsteczek. Na poziomie molekularnym cząsteczka porusza się ruchem chaotycznym

i przypadkowym, zderzając się po drodze z innymi cząsteczkami. Ponieważ ruch cząsteczek jest przypadkowy, mogą się one poruszać w prawo lub lewo.

Dla takiego procesu, na poziomie molekularnym, stosuje się opis w formie:

$$\frac{\partial \Omega}{\partial t} = -c \frac{\partial \Omega}{\partial x} + \frac{1}{2} D \frac{\partial^2 \Omega}{\partial x^2}. \quad (3.16)$$

Współczynnik dyfuzji możemy zapisać jako:

$$D = \frac{\delta^2}{\tau} \quad (3.17)$$

gdzie:

Ω - gęstość prawdopodobieństwa tego, że cząsteczka znajdzie się w położeniu x w czasie t ,

D - współczynnik dyfuzji [m^2/s],

c - współczynnik konwekcji [mol/m^3],

δ - wielkość „skoku” jednostkowego cząsteczki,

τ - czas trwania tego skoku.

W postaci ogólnej wielowymiarowej równanie konwekcyjno – dyfuzyjne możemy zapisać w postaci:

$$\frac{\delta \partial c}{\partial t} + \nabla \cdot (-D \nabla c) = \mathbf{v} \cdot \nabla c \quad (3.18)$$

gdzie:

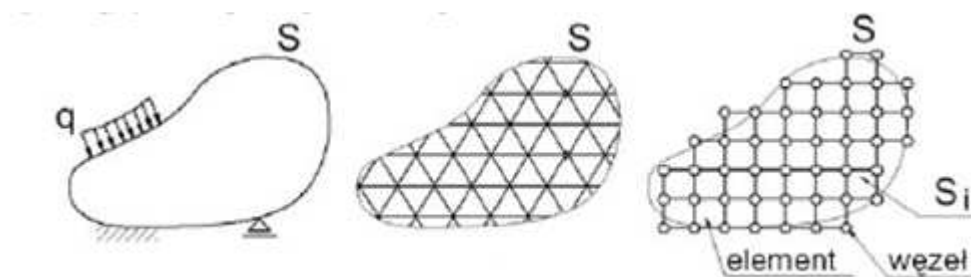
c – oznacza koncentracje

\mathbf{v} – jest wektorem prędkości.

4. Metody obliczeniowe

4.1 Podstawy metody elementów skończonych

Metoda elementów skończonych (MES lub z ang. FEM – Finite Element Method) jest aktualnie powszechnie stosowaną metodą do obliczeń inżynierskich. Rozwój tej metody zarówno przebiegał, jak i nadal przebiega, wraz z rozwojem techniki komputerowej. Pierwsze prace stosujące metodę elementów skończonych dotyczyły bardzo prostych zagadnień, o prostych geometriach, stałych własnościach materiałowych jak również zjawisk opisanych liniowymi równaniami różniczkowymi i powstawały już w latach czterdziestych XX wieku. Wraz z upływem lat, moc obliczeniowa komputerów cały czas rosła. W latach osiemdziesiątych w których nastąpił gwałtowny rozwój techniki komputerowej, gdzie oprócz ciągle rosnącej mocy obliczeniowej nastąpił również rozwój przechowywania znacznej ilości danych pojawiła się możliwość obliczeń bardziej złożonych problemów takich jak np. równania nieliniowe dla obiektów o dowolnie złożonych geometriach, a w szczególności obiekty 3D [3].



Rys.4.1 Dyskretyzacja modelu ciągłego – transformacja w zbiór (siatkę) elementów skończonych: a) model geometryczny ciągły, b) model dyskretny idealny, c) model dyskretny obliczeniowy

Metoda elementów skończonych możemy opisać jako skojarzenie metody różnicowej z wariacyjną metodą Galerkina. Badany obszar zagadnienia dzielimy na części, z których każdy traktujemy jako pewien obiekt geometryczny (zazwyczaj trójkąt bądź prostokąt w przypadku zagadnień 2D), zwany

elementem skończonym. Podział kontinuum na skończoną liczbę fragmentów nazwano dyskretyzacją obiektu [2].

Na brzegach tego elementu, a także w wybranych punktach wewnętrznych lokalizujemy węzły, w których to wyznaczamy wartości poszukiwanej funkcji np. prędkości, ciśnienia itd. Zmiana funkcji w obrębie elementu skończonego tworzy nam pewną funkcję kształtu. Asocjacja tej funkcji z wartościami węzłowymi niewiadomej, tworzy przybliżone rozwiązanie zadania. W wyniku korzystania z typowych elementów kształtów można w rutynowy sposób scharakteryzować poszukiwaną funkcję przy dowolnych warunkach brzegowych i początkowych [1].

Rozwiązanie zagadnienia metodą elementów skończonych możemy podzielić na określone etapy [3]:

Etap 1. W tym etapie dzielimy analizowany obszar na pewną skończoną liczbę geometrycznie prostych elementów, tzw. elementów skończonych.

Etap 2. Zakłada się, że te połączone są ze sobą w skończonej liczbie punktów znajdujących się na obwodach. Najczęściej są to punkty narożne. Noszą one nazwę węzłów. Poszukiwane wartości wielkości fizycznych stanowią podstawowy układ niewiadomych.

Etap 3. Obiera się pewne funkcje jednoznacznie określające rozkład analizowanej wielkości fizycznej wewnątrz elementów skończonych, w zależności od wartości tych wielkości fizycznych w węzłach. Funkcje te noszą nazwę funkcji węzłowych lub funkcji kształtu.

Etap 4. Równania różniczkowe opisujące badane zjawisko przekształca się, poprzez zastosowanie tzw. funkcji wagowych, do równań metody elementów skończonych. Są to równania algebraiczne.

Etap 5. Na podstawie równań metody elementów skończonych przeprowadza się asemblację układu równań, tzn. oblicza się wartości współczynników stojących przy niewiadomych oraz odpowiadające im wartości prawych stron. Liczba równań w układzie jest równa liczbie węzłów przemnożonych przez liczbę stopni

swobody węzłów, tzn. liczbę niewiadomych występujących w pojedynczym węźle.

Etap 6. Do tak utworzonego układu równań wprowadza się warunki brzegowe. Wprowadzenie tych warunków następuje poprzez wykonanie odpowiednich modyfikacji macierzy współczynników układu równań oraz wektora prawych stron.

Etap 7. Rozwiązuje się układ równań otrzymując wartości poszukiwanych wielkości fizycznych w węzłach.

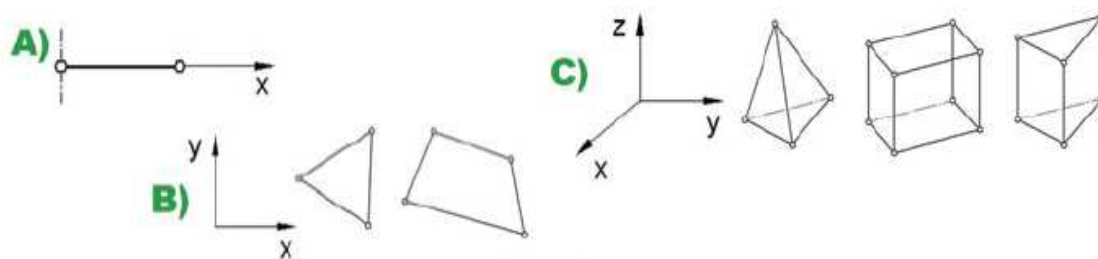
Etap 8. W zależności od typu rozwiązywanego problemu, lub potrzeb, oblicza się dodatkowe wielkości.

Etap 9. Jeżeli zadanie jest niestacjonarne, to czynności opisane w pkt. 5, 6, 7 i 8 powtarza się aż do momentu spełnienia warunku zakończenia obliczeń. Może to być np. określona wartość wielkości fizycznej w którymś z węzłów, czas przebiegu zjawiska lub jakiś inny parametr.

Metoda elementów skończonych jest metodą uniwersalną i dającą się łatwo ująć w ścisłe ramy algorytmów, w którymi współczesny komputer poradzi sobie bez najmniejszego problemu.

Wobec powyższego podczas przygotowania analizy MES możemy skorzystać z bardzo wielu rodzajów elementów skończonych, które możemy podzielić według następujących kryteriów :

- liczba wymiarów, dzięki której można opisać element (rys. 4.2);
- kształt geometryczny;
- typ i stopień wielomianu założonej funkcji kształtu elementu skończonego;
- liczba węzłów w elemencie;
- rodzaj węzłów ogólnych, nałożonych na element skończony;



Rys. 4.2 Schematy ideowe wybranych elementów skończonych: a) 1D, b) 2D, c) 3D.

Współczesne aplikacje komputerowego wspomagania obliczeń inżynierskich (CAE - Computer Aided Engineering) w których wykorzystywana jest metoda elementów skończonych składają się z trzech wzajemnie współpracujących modułów, tj.:

- Preprocesor – jego zadanie polega na importowaniu, bądź przygotowaniu geometrii przedmiotu, doboru rodzaju elementów skończonych, dyskretyzacji kontinuum oraz uwzględnienia warunków brzegowych;
- Solver (procesor) – odpowiada za budowę oraz rozwiązanie układów równań, moduł na podstawie którego uzyskuje się poszukiwane wartości danych wielkości fizycznych;
- Postprocesor – moduł dzięki któremu odbywa się interpretacja oraz prezentacja wyników.

Reasumując należy zauważyć, że zastosowanie metody elementów skończonych we wspomaganych komputerowo analizach inżynierskich umożliwia szybkie i względnie dokładne osiągnięcie wyników, których uzyskanie w sposób analityczny byłoby wyjątkowo trudne lub wręcz niemożliwe. Wykorzystanie MES do zweryfikowania poprawności funkcjonowania danego wyrobu umożliwia optymalizację jego wybranych cech już od wczesnych etapów rozwoju produktu. Uzyskuje się więc możliwość radykalnego skrócenia czasu trwania uruchomienia produkcji nowego wyrobu lub modyfikacji wyrobu już znajdującego się w produkcji. Należy mieć na uwadze, że wyniki analiz MES opisują zachowanie się układu w sposób przybliżony, są zawsze obarczone

pewnym błędem, który w przypadku poprawnego prowadzenia analizy można uznać za pomijalnie mały. Pamiętać też wypada o niepodważalnym wkładzie polskich uczonych w rozwój teorii Metody Elementów Skończonych, przede wszystkim o O.C. Zeinkiewiczu, którego do dnia dzisiejszego, w światowej literaturze poświęconej CAE, uważa się za „ojca Metody Elementów Skończonych” oraz jej praktycznego zastosowania do rozwiązania problemów mechaniki [7].

4.2 Zastosowanie MES

W dzisiejszych czasach zadania i projekty jakie mają stawiane przed sobą inżynierowie i konstruktorzy wymagają od nich koncentracji na uzyskaniu jak najlepszego produktu w jak najkrótszym czasie. Spowodowało to rozwinięcie metody wirtualnego projektowania kosztem prowadzenia badań eksperymentalnych na prototypie fizycznym. Z pomocą dla inżynierów wkracza MES w programach do obliczeń i analizy. Istnieje bardzo wiele komercyjnych i publicznie dostępnych programów MES tak jak np. COMSOL Multiphysics [www.comsol.com], Cosmos M [www.cosmosm.com] czy ANSYS [www.ansys.com]. Niektóre są programami ogólnego przeznaczenia, inne stosują techniki specyficzne dla konkretnych dziedzin zastosowań, różnią się także stopniem zintegrowania realizacji poszczególnych etapów symulacji MES. Oprócz programów MES istnieje także wiele programów wspomagających obliczenia MES (generatory siatek, programy wizualizacji itp.)

Zagadnienie MES znalazło zastosowanie w rozmaitych dziedzinach nauki i inżynierii do aproksymacji podstawowych równań różniczkowych fizyki matematycznej jak np. :

- mechanika ciała odkształcalnego – równania teorii sprężystości i plastyczności;
- mechanika płynów – równania Naviera – Stokesa;
- akustyka – równania falowe;

- elektromagnetyzm – równania Maxwella;
- fizyka atomowa – równania Schrödingera;
- i wiele innych.

Bardzo szerokie zastosowanie MES możemy zaobserwować w medycynie w takich dziedzinach jak [12]:

- Modelowanie implantów, np.:
 - stawy;
 - szczęka;
- Modelowanie pól fizycznych wewnątrz ciała, np.:
 - elektryczne;
 - elektromagnetyczne;
 - akustyczne;
- Modelowanie tkanek, np.:
 - kości;
 - mięśnie;
 - skóra;
- Modelowanie przepływu krwi.

4.3 Wyznaczanie rozwiązania zagadnienia zależnego od czasu

W metodzie elementów skończonych rozwiązanie u (może reprezentować pojedynczą zmienną lub wektor zmiennych) cząstkowego równania różniczkowego PDE (Partial Differential Equations) jest aproksymowane na lokalnych elementach przez wielomian niskiego rzędu. Lokalne elementy tworzą siatkę[2]. W metodzie elementów skończonych zakłada się, że rozwiązanie jest przybliżone przez sumę iloczynów nieznaczących wartości w węzłach u_i oraz założonych funkcji kształtu S_i :

$$u = \sum u_i S_i \quad (4.1)$$

Przepływ cieczy przez mieszalnik jest nieustalony dlatego możemy rozważyć równanie różniczkowe cząstkowe zależne od czasu w postaci:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + L(u) = f \quad (4.2)$$

zdefiniowane na obszarze Ω oraz z określonymi warunkami brzegowymi. Operator różniczkowy cząstkowy $L(u)$ może zawierać pochodne u do drugiego stopnia. Metody numeryczne bazują na dyskretyzacji rządzących równań: najpierw w czasie, a następnie dyskretyzacji w obszarze. Najpowszechniejszą metodą dyskretyzacji po czasie jest metoda Eulera.

Metoda Eulera używa algorytmu:

$$\frac{u_{n+1} - u_n}{\delta t} + L(u_{n+1}) = f \quad (4.3)$$

który jest równoważny zapisowi:

$$u_{n+1} + \delta t L(u_{n+1}) = \delta t(u_n + f). \quad (4.4)$$

W sednie algorytmu, równanie (4.3) jest złożone oraz rozwiązywane w każdym kroku czasowym.

Rozważając aproksymację Eulera metodą elementów skończonych – cząstkowe równanie różniczkowe (4.3) będzie spełnione pod warunkiem, że:

$$\int_{\Omega} T_j(x) \{u_{n+1} \delta t L(u_{n+1}) - \delta t(u_n + f)\} dV = 0, \quad j = 1, \dots, N_e \quad (4.5)$$

dla danego zbioru funkcji badanej T_j .

W celu zrealizowania całkowania przez części, należy symbolicznie rozłożyć operator L na operator pierwszego i drugiego rzędu:

$$L = L_1 + \nabla L_2. \quad (4.6)$$

Forma całkowa równania różniczkowego da w ten sposób:

$$\begin{aligned}
\int_{\Omega} T_j(u_{n+1} + \delta t L(u_{n+1})) dV &= \int_{\Omega} T_j u_{n+1} dV + \int_{\Omega} T_j L_1(u_{n+1}) dV \\
&+ \int_{\Omega} \nabla T_j L_2(u_{n+1}) dV - \int_{\Omega} L_2(u_{n+1}) \nabla T_j dV = \\
&= \int_{\Omega} T_j u_{n+1} dV + \int_{\Omega} T_j L_1(u_{n+1}) dV + \int_{\partial\Omega} n T_j L_2(u_{n+1}) dV \\
&- \int_{\Omega} L_2(u_{n+1}) \nabla T_j dV = \int_{\Omega} T_j \delta t (u_n + f) dV
\end{aligned} \tag{4.7}$$

gdzie n jest wektorem normalnym do brzegu skierowanym na zewnątrz. Wynik końcowy jest układem równań liniowych o wymiarze N_e (liczba węzłów):

$$\sum_{j=1}^{N_e} K_{ij} u_j = r_i, \quad i = 1, \dots, N_e \tag{4.8}$$

gdzie

$$K_{ij} = \int_{\Omega} S_i S_j dV + \int_{\Omega} S_i L_1(S_j) dV - \int_{\Omega} L_2(S_j) \nabla S_i dV \tag{4.9}$$

(macierz K jest macierzą sztywności lub ogólną macierzą oraz wektor r nazywamy wektorem wagowym, S_i - funkcją kształtu), oraz

$$r_i = - \int_{\partial\Omega} n S_i L_2(u_{n+1}) dS + \int_{\Omega} S_i (u_n + f) dV. \tag{4.10}$$

5. Programy do modelowania oraz analizy.

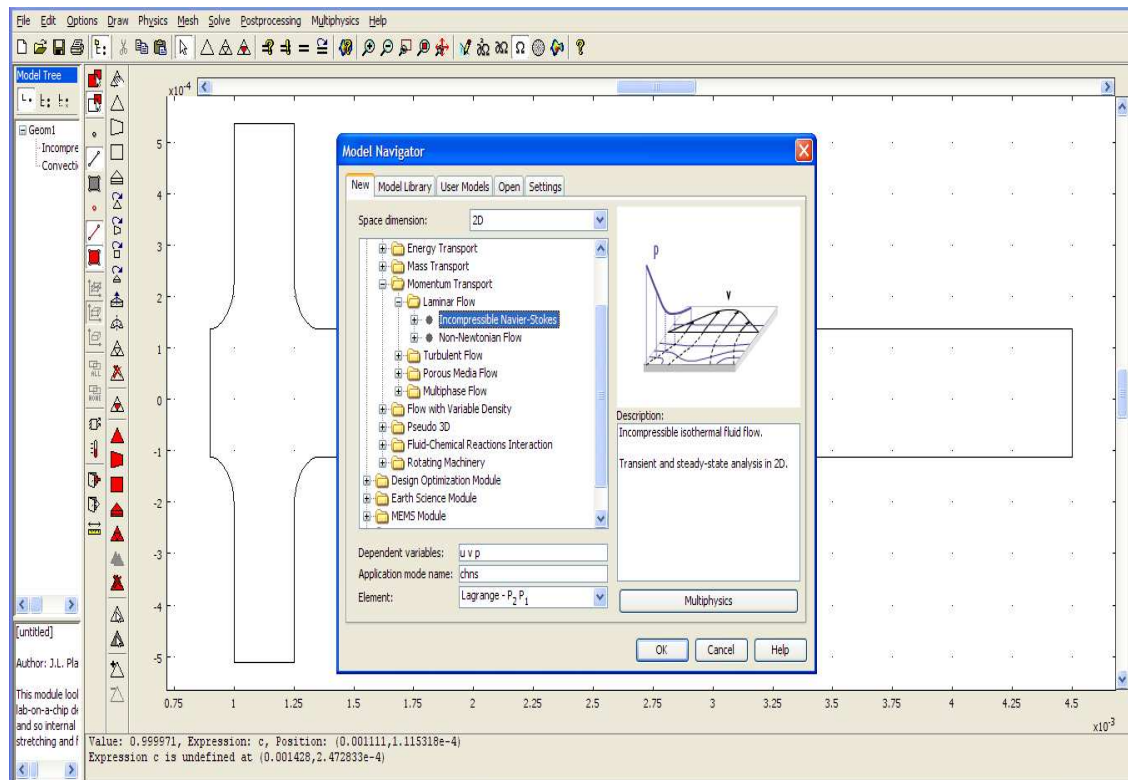
5.1 COMSOL Multiphysics

W przeprowadzeniu symulacji korzystano z programu COMSOL Multiphysics. Program ten jest pakietem symulacyjnym, rozwiązującym układy nieliniowych równań różniczkowych cząstkowych przy wykorzystaniu metody elementów skończonych w jednym, dwóch lub trzech wymiarach. Jego elastyczność i cechy praktyczne pozwalają skoncentrować się na modelowanych zjawiskach bez konieczności dużego doświadczenia w użytkowaniu konkretnego programu. Bardzo dużym atutem COMSOL Multiphysics jest intuicyjny i efektywny graficzny interfejs użytkownika pozwalający na szybkie i wygodne tworzenie modeli, uruchamianie symulacji oraz wizualizację wyników. Eksperymentując z różnymi parametrami i geometrią modelowanego obiektu, użytkownik może szybko poznać i zrozumieć wpływ różnych parametrów na zachowanie całego systemu. Ułatwia to późniejsze przejście do zaawansowanej analizy systemu, projektowania i optymalizacji. COMSOL Multiphysics pozwala na łatwe rozpatrywanie, symulowanie i analizowanie złożonych zjawisk zachodzących w modelowanym systemie [4].

COMSOL Multiphysics jest pierwszym pakietem symulacyjnym, w którym zastosowano modelowanie wielodomowe. W badanych systemach można opisywać wiele różnych zjawisk fizycznych i modelować je równocześnie, uzyskując wyniki bardzo dokładnie odzwierciedlające zachowanie rzeczywistego systemu.

Program oprócz podstawowej biblioteki może zostać rozszerzony o dodatkowe moduły w zależności od rozpatrywanego zagadnienia technicznego. W mojej pracy głównie korzystałem z modułu CFD (Computer Fluid Dynamics), który jest dostosowany dla zaawansowanych symulacji przepływu. Gotowe do użycia interfejsy pozwalają na przeprowadzenie przepływu zarówno jako model laminarny lub turbulentny jednej lub wielu faz. Ponadto w zakres wykorzystywanego przeze mnie modułu wchodziły takie zagadnienia jak np. :

wymienniki ciepła, turbiny, wentylatory. Należy również wspomnieć o bardzo obszernej bibliotece materiałowej, która niewątpliwie ułatwia nadanie własności symulowanym płynom [5].



Rys. 5.1 Biblioteka programu COMSOL Multiphysics

Program COMSOL Multiphysics jest jednym z wielu narzędzi inżynierskich z których korzystają naukowcy i inżynierowie czołowych technicznych przedsiębiorstw, oraz uczelni (np.: MIT, USA). Jest stosowany w różnych obszarach zastosowań inżynierskich i naukowych takich jak:

- elektrotechnika;
- mechanika;
- inżynieria chemiczna;
- geofizyka;
- sterowanie;
- matematyka stosowana.

Pozwala projektować i rozwijać zaawansowane technologicznie produkty. W przemyśle samochodowym jak i lotniczym przeprowadzane są symulacje mające na celu poprawę bezpieczeństwa i oszczędność energii. Można sprawdzić wytrzymałość konstrukcji czy naprężenia w pojedynczym elemencie.

COMSOL Multiphysics działa jako podstawowe narzędzie dla wszystkich przyszłych potrzeb modelowania. Jego wszechstronność, elastyczność i użyteczność może być łatwo rozszerzona z dodatkowych modułów jak żadne inne oprogramowanie MES.

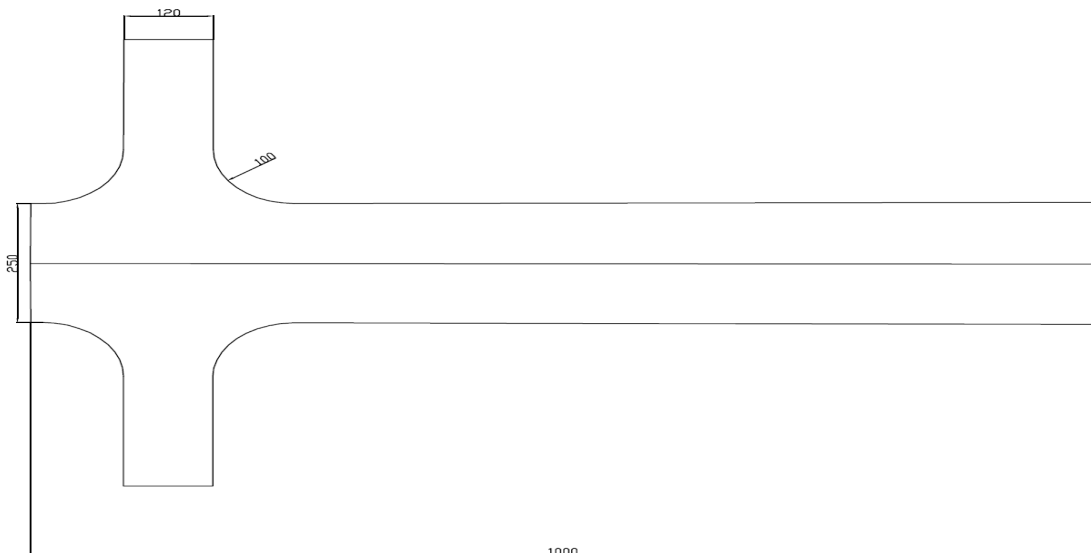
6. Symulacja komputerowa

W tej części pracy zostaną przedstawione wyniki analizy symulacji komputerowej procesu mieszania. Mieszanie płynów odbywa się w prostych mikserach, którymi są rury z umieszczonymi, w różnych wariantach, przeszkodami.

W podstawowej konfiguracji mieszanie odbywa się przy różnych prędkościach wlotowych mieszających się płynów. Płyn 1 wpływa do miksera z prędkością $0.001 \left[\frac{m}{s}\right]$, natomiast płyn 2 z prędkością $0.0005 \left[\frac{m}{s}\right]$.

Warunki brzegowe dotyczące zagadnienia zostały przedstawione w sposób graficzny w tabeli 6.1. Warunki na rysunkach zostały oznaczone kolorem czerwonym. Odnośnik z numerem 1 dotyczy równania Naviera – Stokesa, natomiast z numerem 2 równania konwekcyjno – dyfuzyjnego.

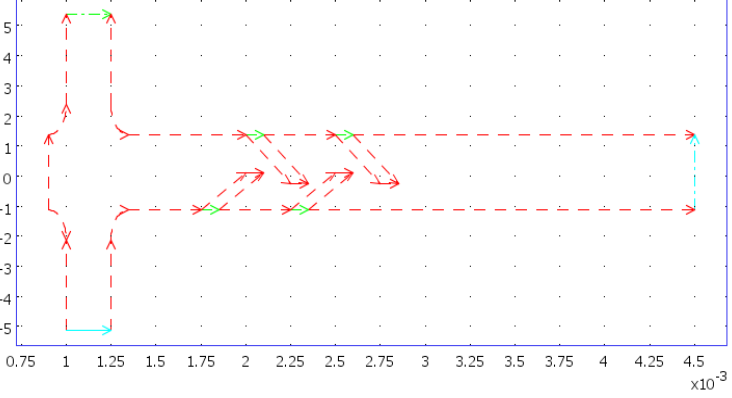
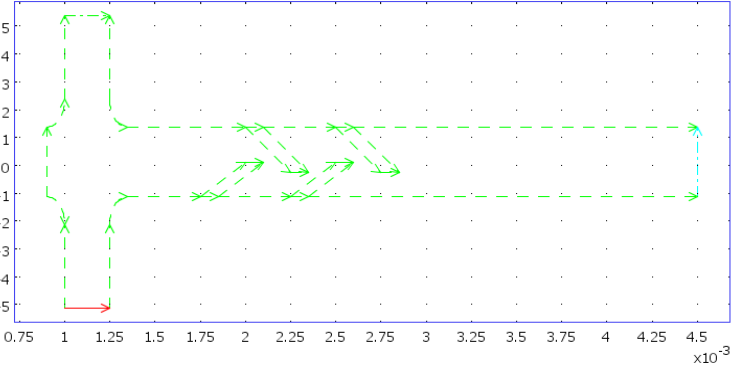
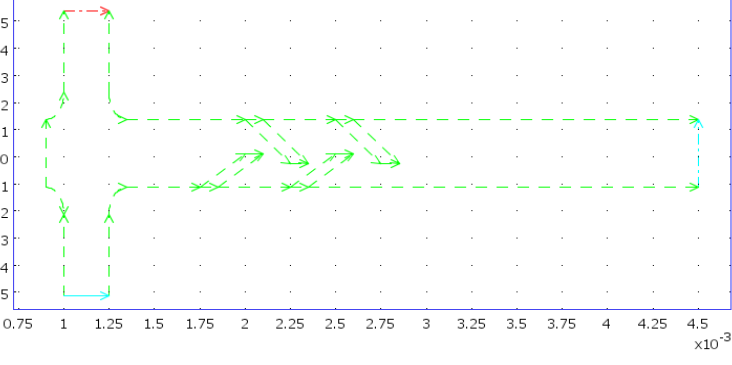
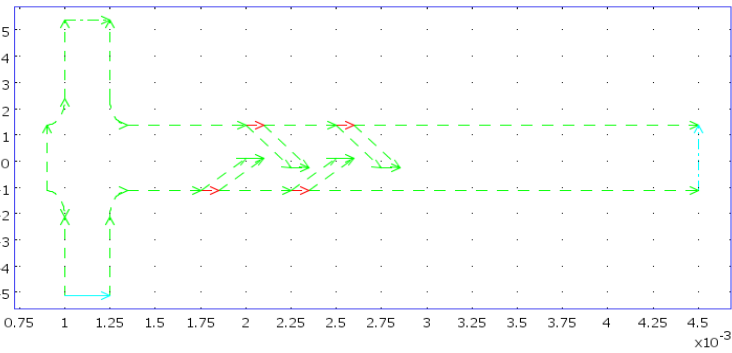
6.1 Opis geometryczny modelu

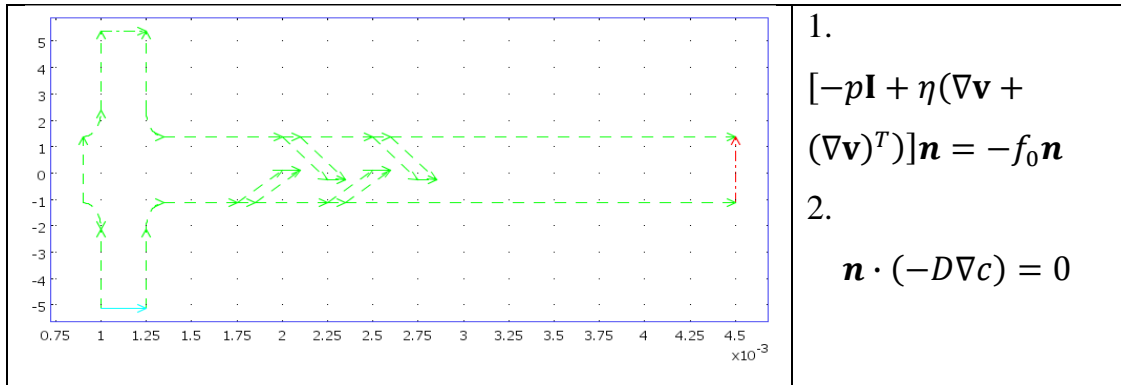


Rys. 6.1 Opis geometryczny modelu

6.2 Warunki brzegowe i początkowe zagadnienia

Tabela 6.1 Warunki brzegowe zagadnienia

Warunek brzegowy	Równanie
	<ol style="list-style-type: none"> 1. $\mathbf{v} = 0,$ 2. $\mathbf{n} \cdot \mathbf{N} = 0,$ $\mathbf{N} = -D\nabla c + c\mathbf{v}$
	<ol style="list-style-type: none"> 1. $\mathbf{v} = \mathbf{v}_1,$ 2. $c = c_1$
	<ol style="list-style-type: none"> 1. $\mathbf{v} = \mathbf{v}_2,$ 2. $c = c_0$
	<ol style="list-style-type: none"> 1. $\mathbf{v} = 0,$ 2. $\mathbf{n} \cdot (\mathbf{N}_1 - \mathbf{N}_2) = 0,$ $\mathbf{N}_i = -D_i \nabla c_i + c_i \mathbf{v}_i$



6.3 Parametry płynów i przepływu

Tabela 6.2 Właściwości płynów i przepływu

Właściwość	Płyn 1	Płyn 2
Gęstość, ρ [kg/m^3]	1e3	1e3
Lepkość, μ [$Pa\ s$]	1e-3	1e-3
Prędkość, v [m/s]	0.001	0.0005
Koncentracja, c	$c_1 = 1$	$c_2 = 0$

W pracy rozważano przypadek stacjonarny (ustalony) badanego zagadnienia mieszania dwóch płynów z wykorzystaniem efektów mechanicznych (mikser) oraz uwzględnieniem zjawiska konwekcji i dyfuzji.

Opisane w rozdziale 3 równania rządzące opisywały zagadnienie niestacjonarne. Ponieważ ważny jest efekt końcowy w pracy ograniczono się do badania zagadnienia ustalonego.

Badane zagadnienie opisane jest następującymi równaniami:

$$\rho \mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{v} = \nabla \cdot [-p\mathbf{I} + \eta(\nabla \mathbf{v} + (\nabla \mathbf{v})^T)] \quad (6.1)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = 0$$

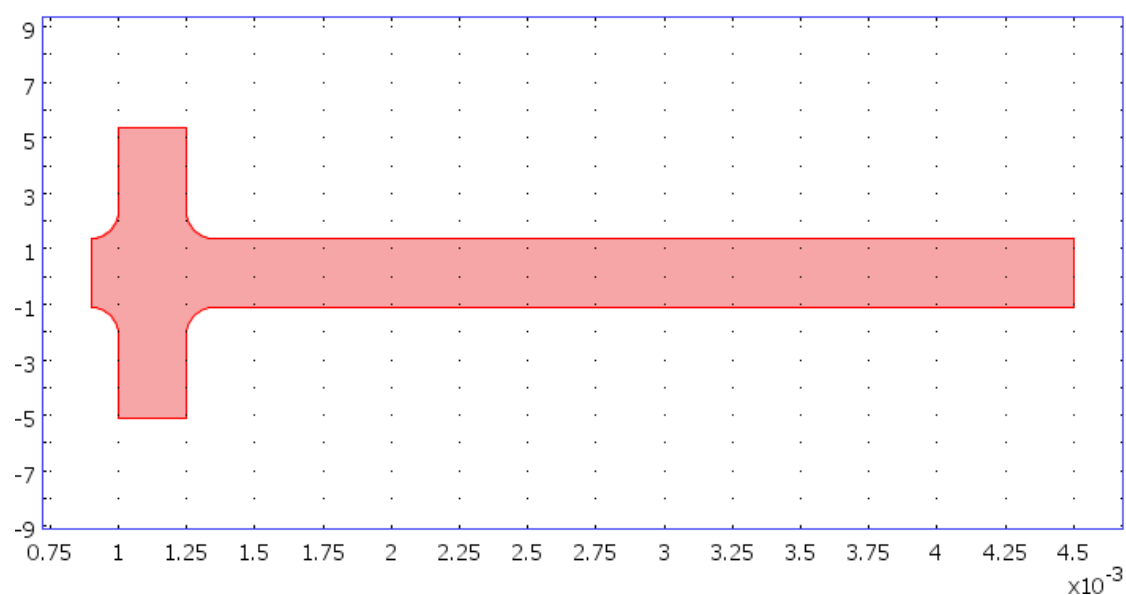
$$\nabla \cdot (-D\nabla c) = \mathbf{v} \cdot \nabla c, \quad c - \text{koncentracja} \quad (6.2)$$

Przedstawione w pracy równania dla przypadku nieustalonego można wykorzystać do szczegółowego badania procesu mieszania płynów w mieszalnikach różnych typów gdy celem badania jest określenie wpływu czasu mieszania na jakość procesu.

6.4 Symulacja mieszania oraz wyniki

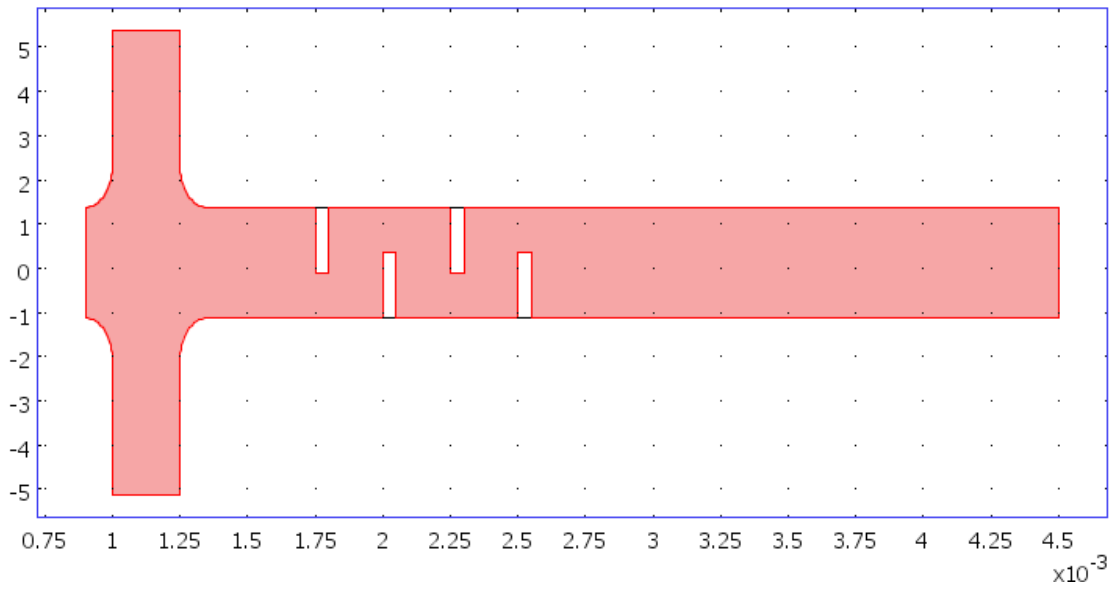
Poniższe rysunki (rys. 6.2 - 6.5) przedstawiają geometrie poddanych analizie mieszalników. Kolejne (rys. 6.6 - 6.9) pokazują wyniki przeprowadzonej symulacji w wyniku zmiany prędkości wpływu płynów oraz współczynnika dyfuzji.

- Pierwszy model mieszalnika:



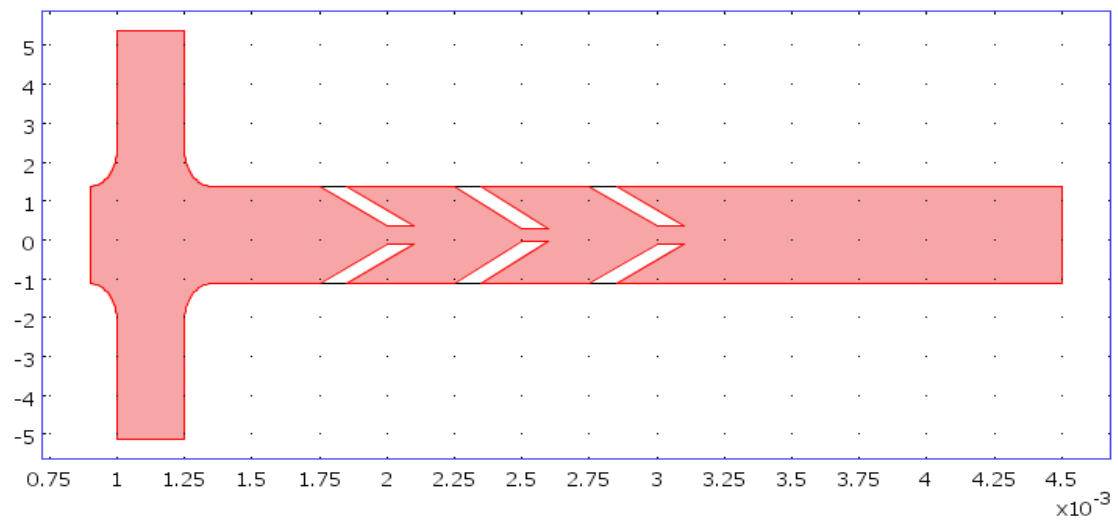
Rys. 6.2 Geometria mieszalnika (model 1)

- Drugi model mieszalnika:



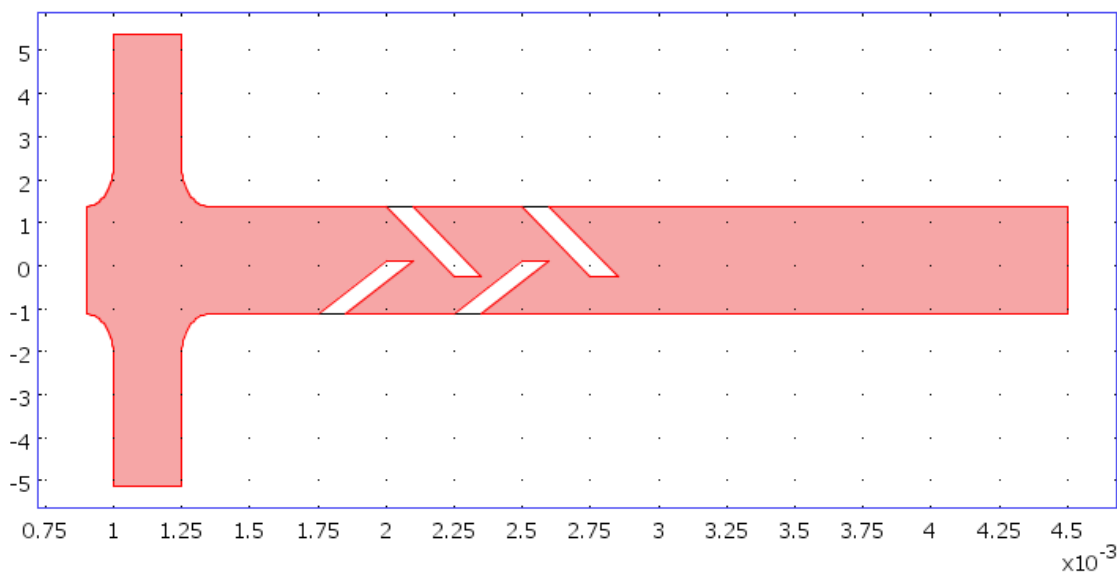
Rys. 6.3 Geometria mieszalnika (model 2)

- Trzeci model mieszalnika



Rys. 6.4 Geometria mieszalnika (model 3)

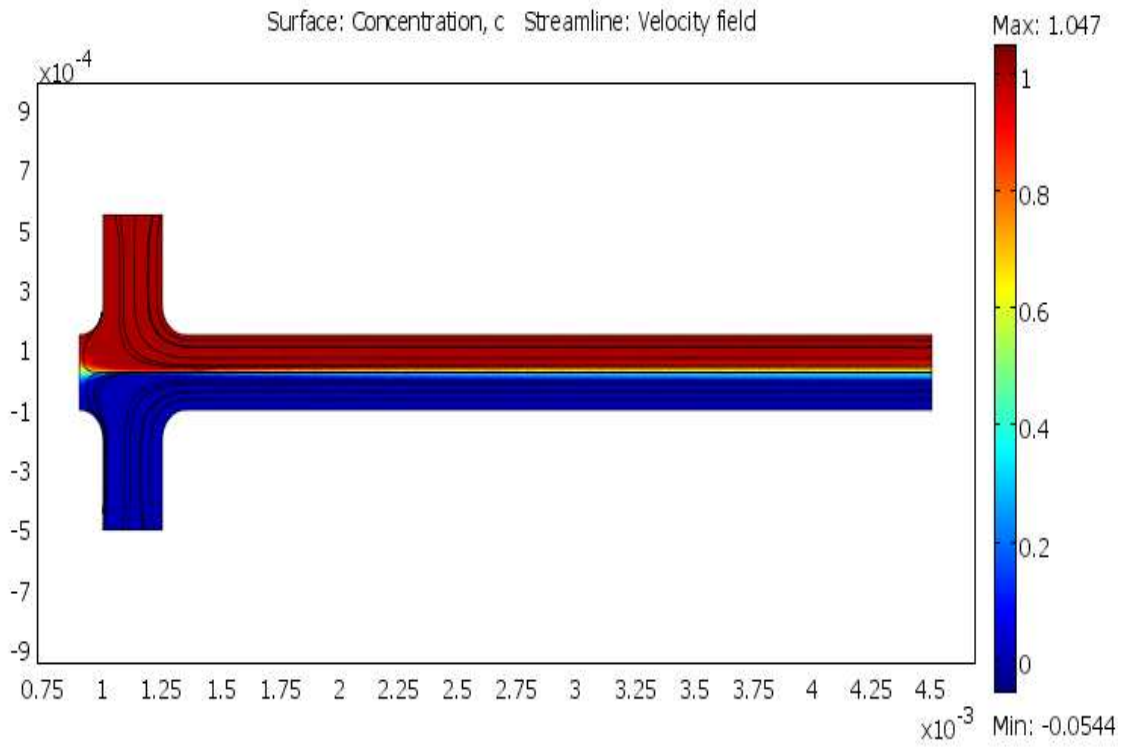
- Czwarty model mieszalnika:



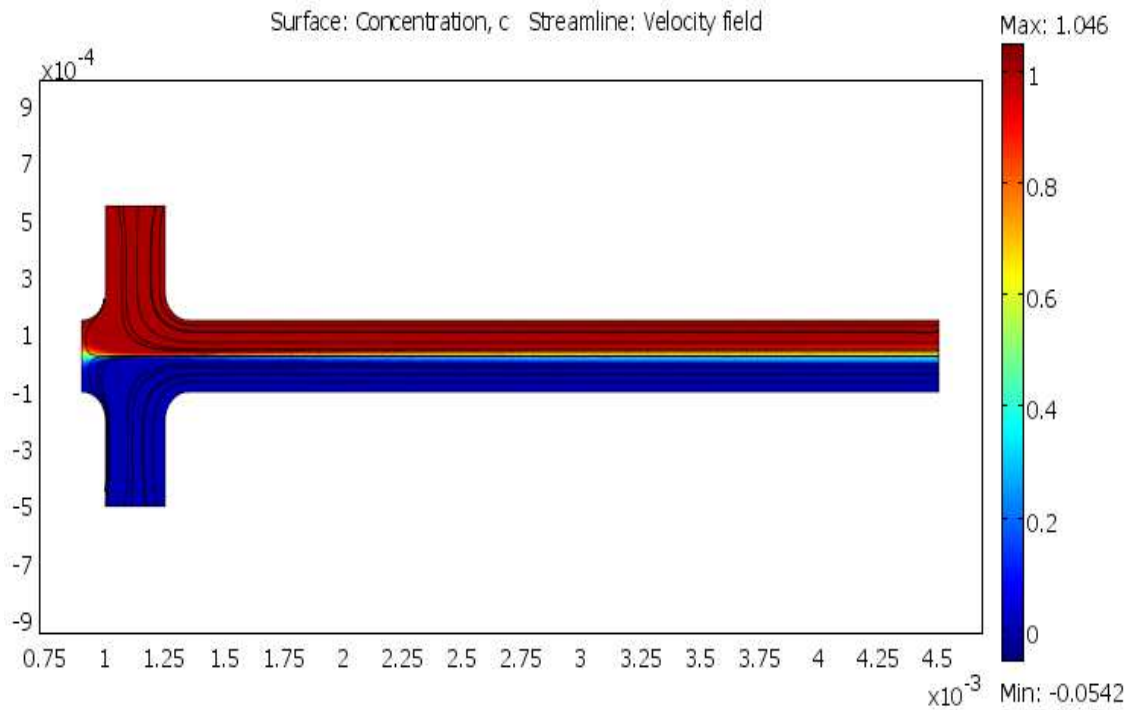
Rys. 6.5 Geometria mieszalnika (model 4)

W tabelach 6.3-6.8 zostały przedstawione wielkości charakteryzujące symulacje mieszania. Tabele zostały przyporządkowane odpowiednim modelom w których odbywała się symulacja. Model nr 1 to mikser bez umieszczonych wewnątrz przeszkód. W modelu nr 2 przeszkody są umieszczone pod kątem prostym w stosunku to ścian miksera oraz przesunięte względem siebie. Kolejnym modelem biorący udział w symulacji jest model nr 3 z umieszczonymi przeszkodami pod kątem 45 stopni. Model nr 4 to mikser, w którym tak jak poprzednio, zostały umieszczone przeszkody w kształcie łopatek, również pod kątem 45 stopni, z tą tylko różnicą, że łopatki są przesunięte względem siebie.

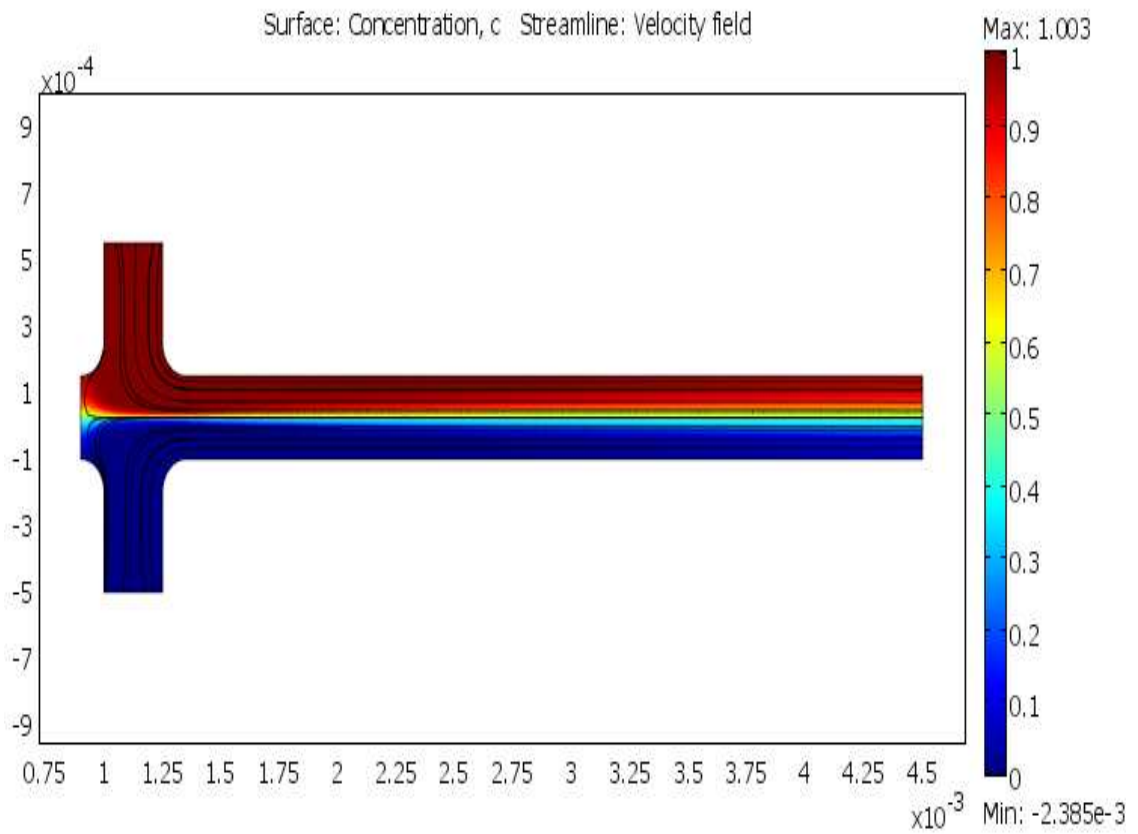
Wielkość	Mieszalnik 6.6A	Mieszalnik 6.6B	Mieszalnik 6.6C
$-v_1 \left[\frac{m}{s} \right]$	0.001	0.001	0.0005
$v_2 \left[\frac{m}{s} \right]$	0.001	0.0005	0.001
$Deff$	2.0e-10	1.0e-10	1.0e-9



Rys. 6.6A Graficzna ilustracja wyników (model 1)



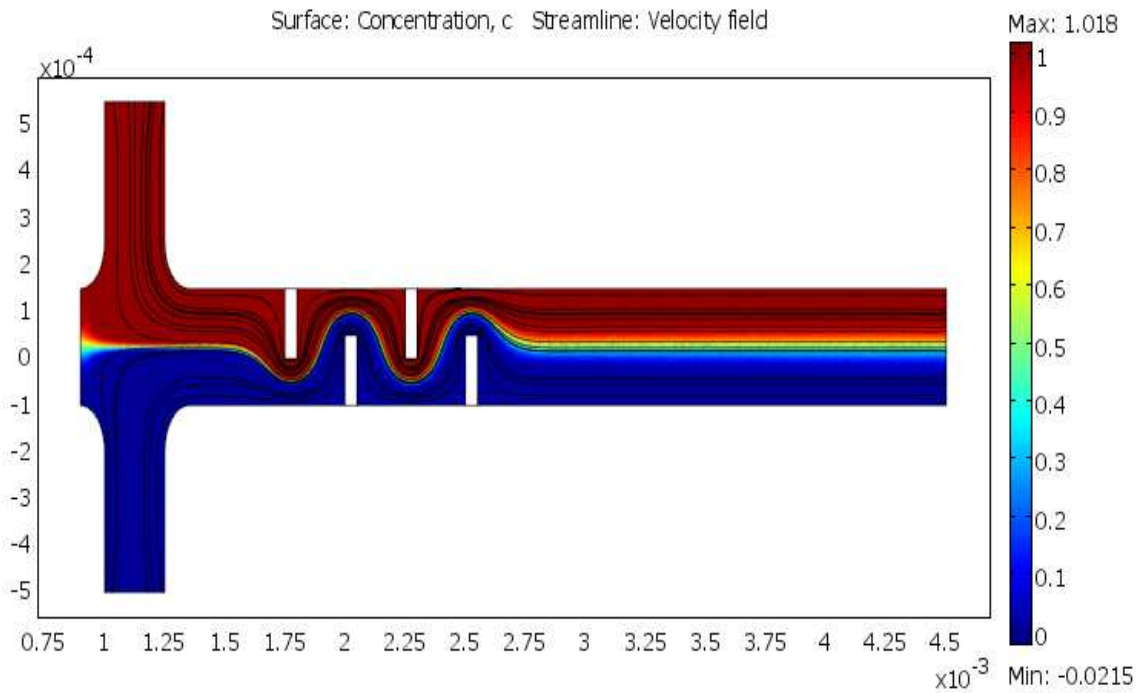
Rys. 6.6B Graficzna ilustracja wyników (model 1)



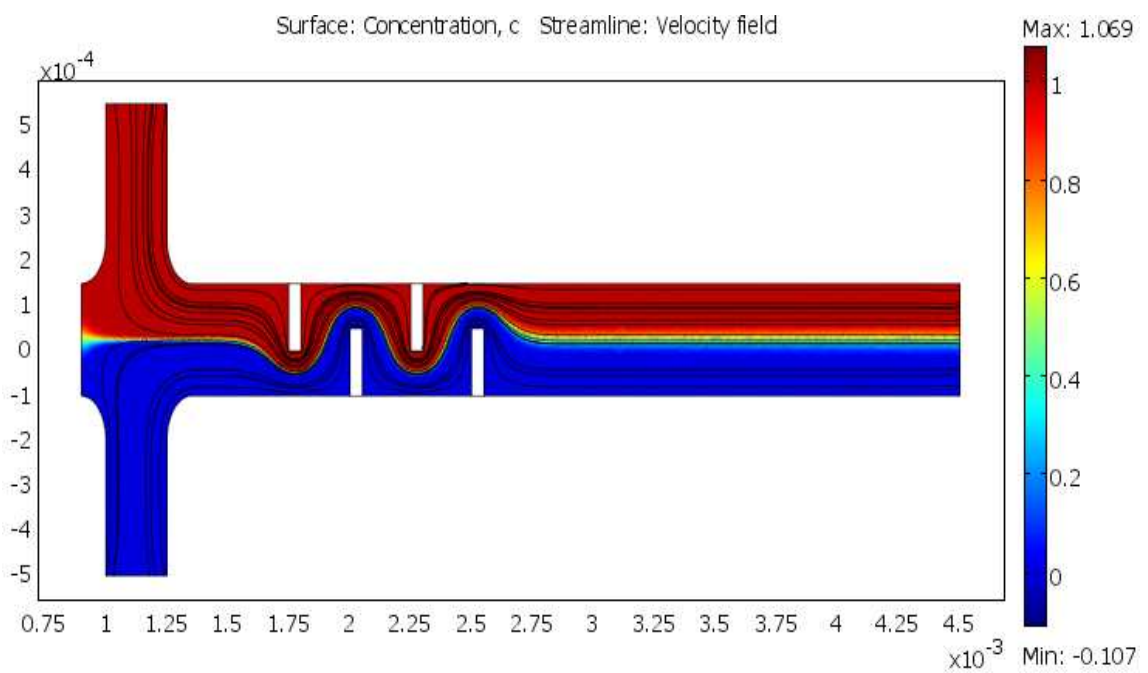
Rys. 6.6C Graficzna ilustracja wyników (model 1)

Tabela 6.4 Wartości wielkości charakteryzujących mieszanie rys. 6.7 (model 2)

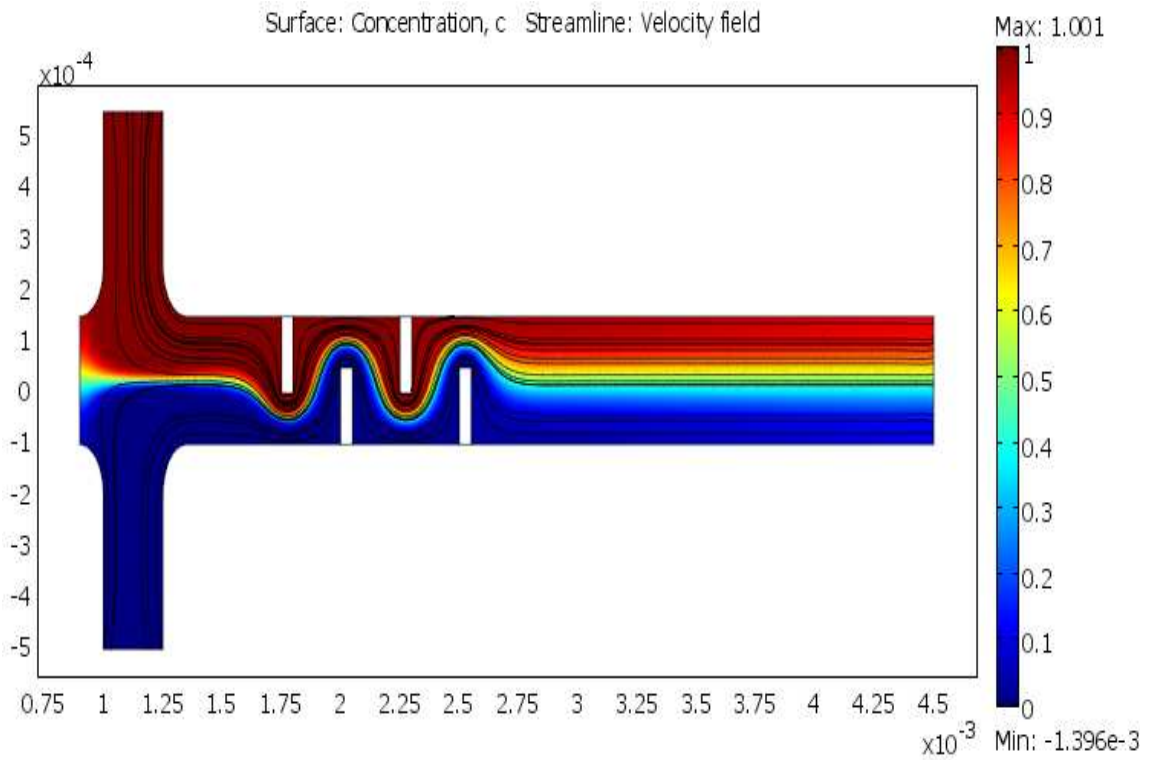
Wielkość	Mieszalnik 6.7A	Mieszalnik 6.7B	Mieszalnik 6.7C
$-v_1$	0.001	0.001	0.0005
v_2	0.001	0.0005	0.001
$Deff$	2.0e-10	1.0e-10	1.0e-9



Rys. 6.7A Graficzna ilustracja wyników (model 2)



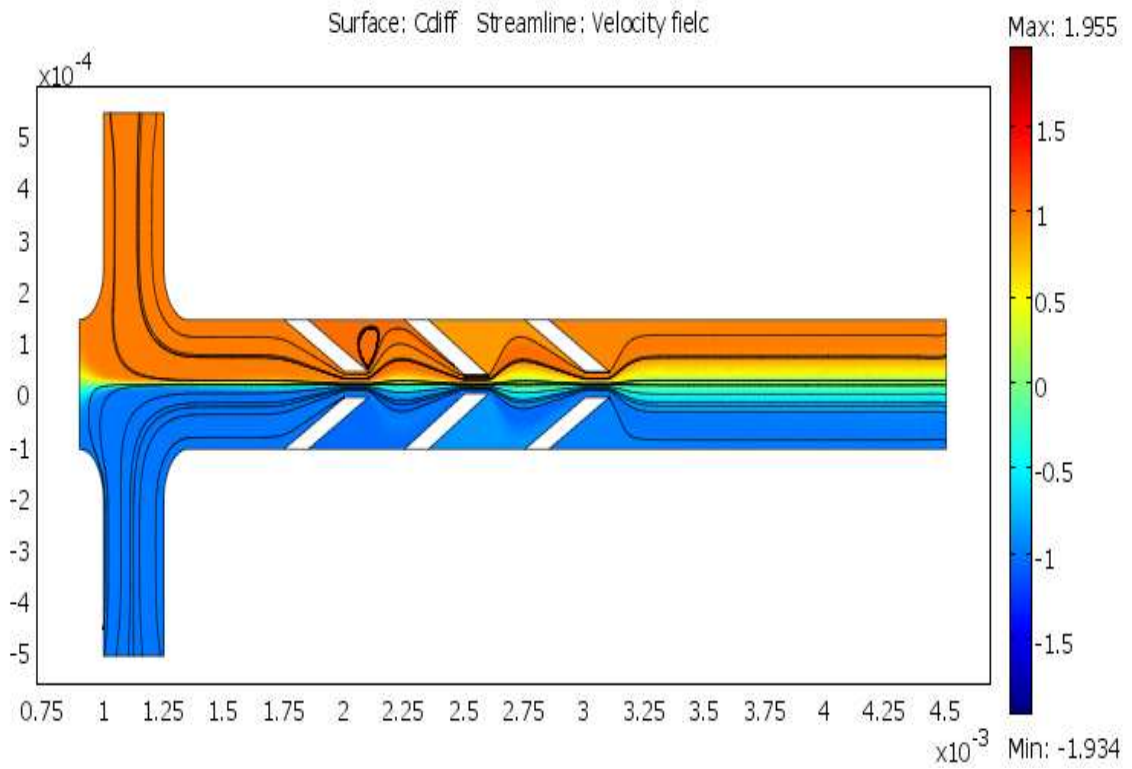
Rys. 6.7B Graficzna ilustracja wyników (model 2)



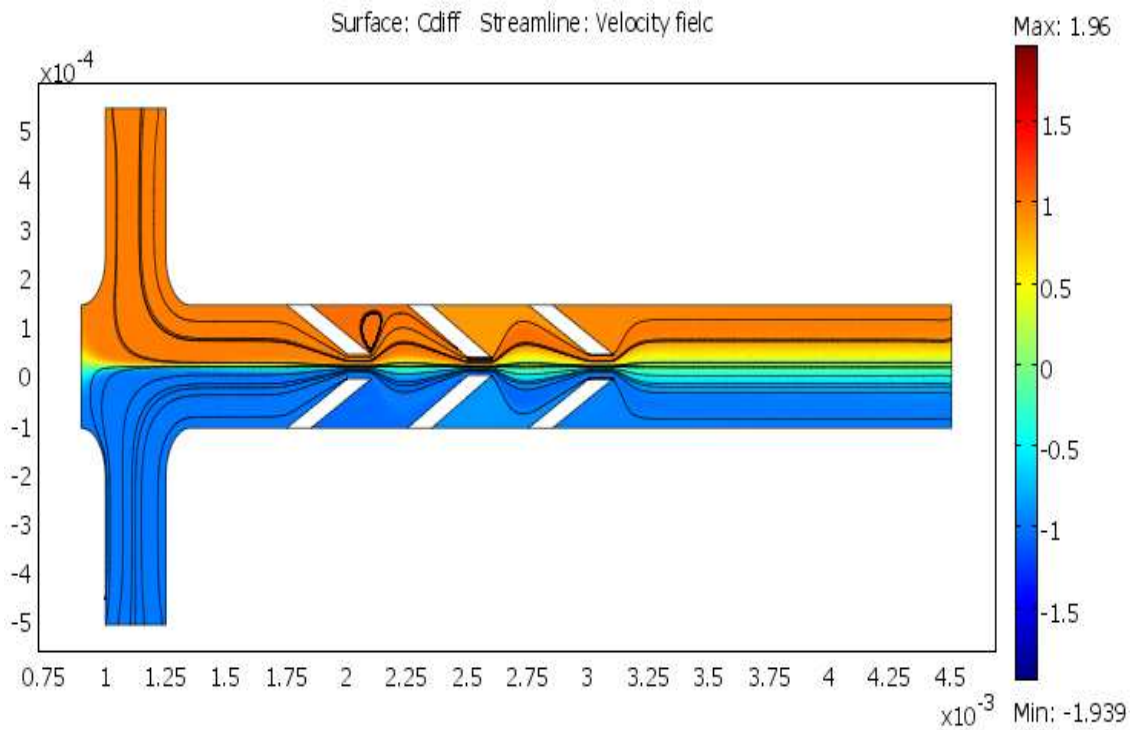
Rys. 6.7C Graficzna ilustracja wyników (model 2)

Tabela 6.5 Wartości wielkości charakteryzujących mieszanie rys. 6.8 (model 3)

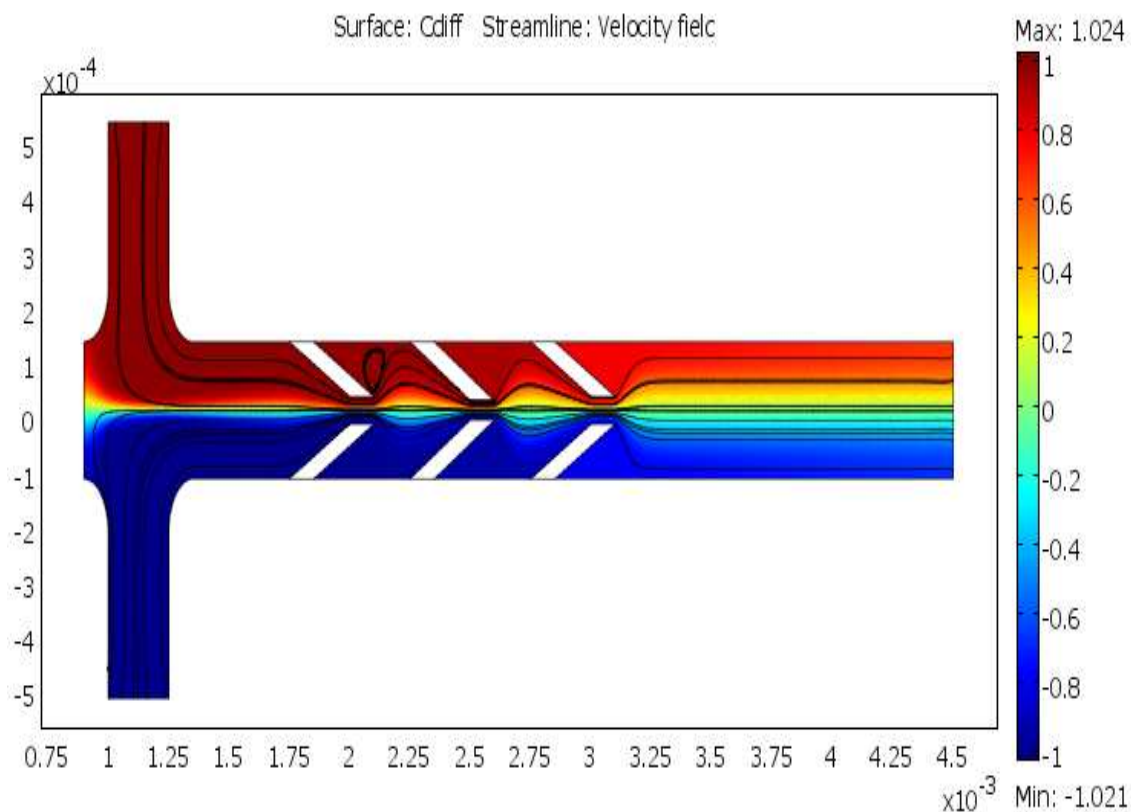
Wielkość	Mieszalnik 6.8A	Mieszalnik 6.8B	Mieszalnik 6.8C
$-v_1$	0.001	0.001	0.0005
v_2	0.001	0.0005	0.001
$Deff$	2.0e-10	1.0e-10	1.0e-9



Rys. 6.8A Graficzna ilustracja wyników (model 3)



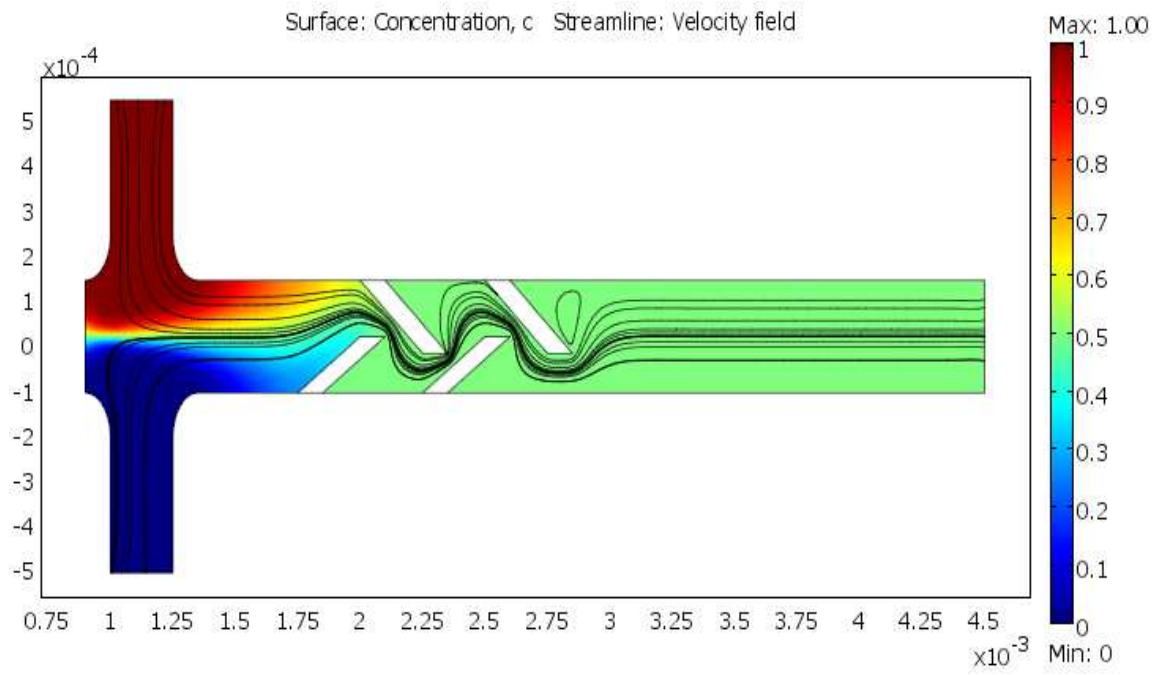
Rys. 6.8B Graficzna ilustracja wyników (model 3)



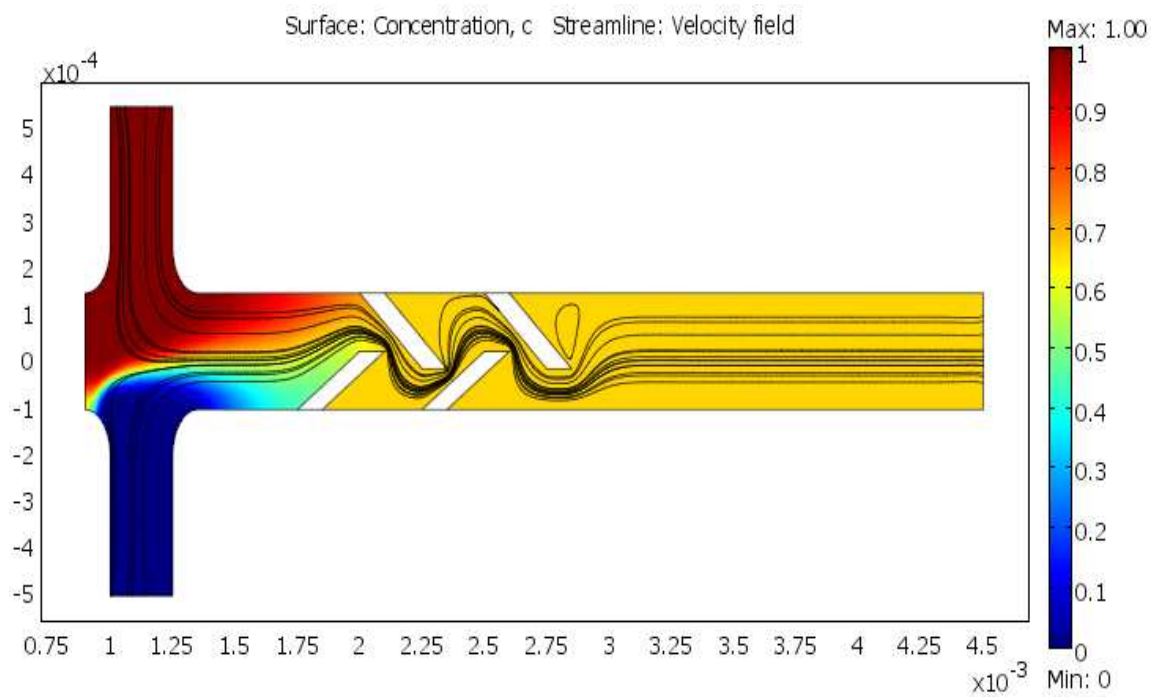
Rys. 6.8C Graficzna ilustracja wyników (model 3)

Tabela 6.6 Wartości wielkości charakteryzujących mieszanie rys. 6.9 (model 4)

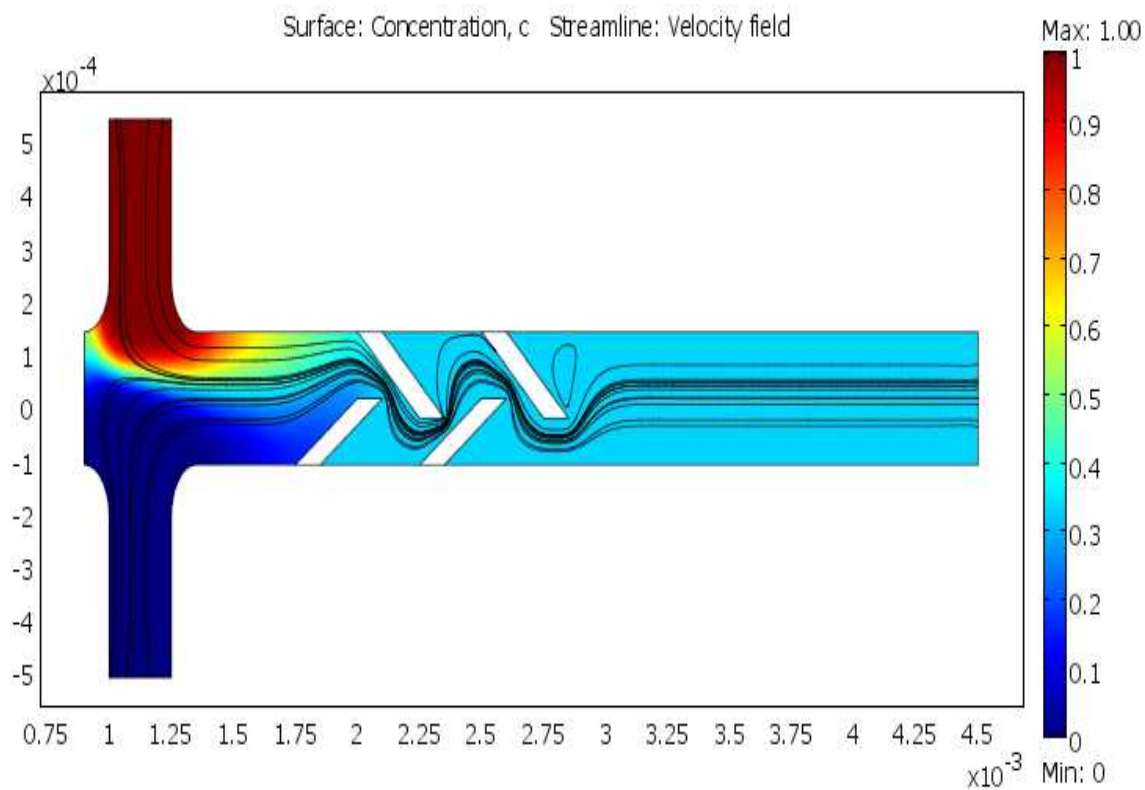
Wielkość	Mieszalnik 6.9A	Mieszalnik 6.9B	Mieszalnik 6.9C
$-v_1$	0.001	0.001	0.0005
v_2	0.001	0.0005	0.001
$Deff$	$2.0e-10$	$1.0e-10$	$1.0e-9$



Rys. 6.9A Graficzna ilustracja wyników (model 4)



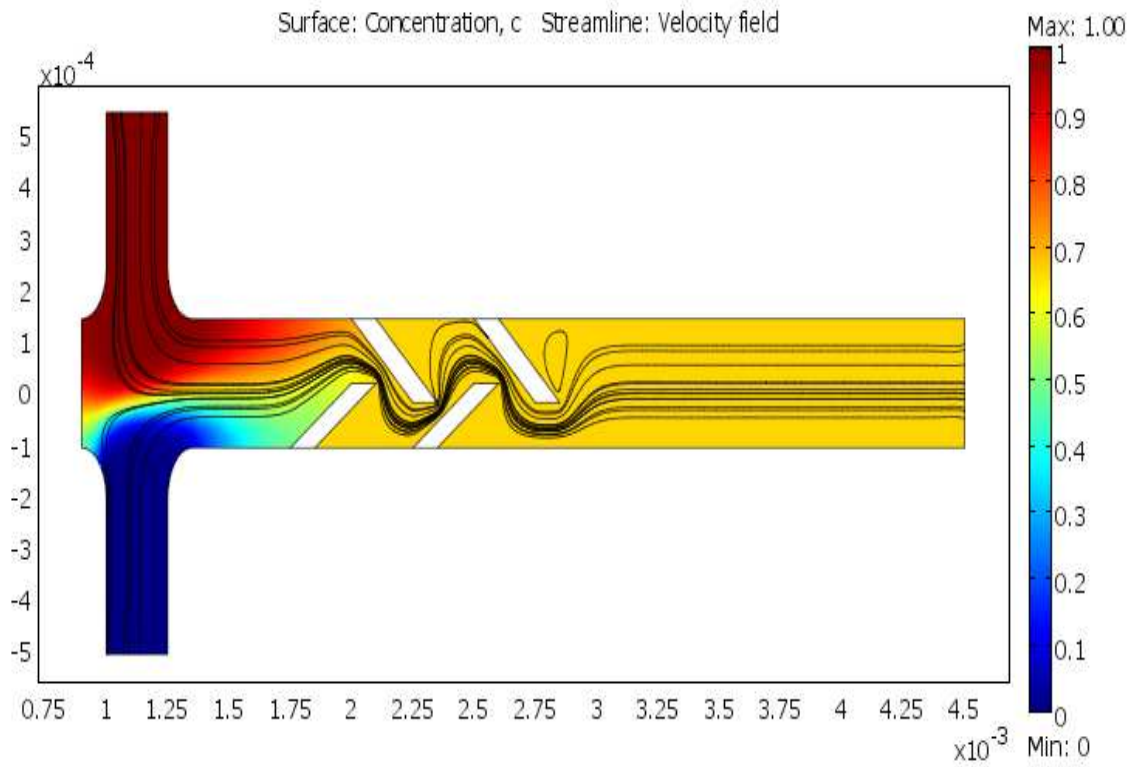
Rys. 6.9B Graficzna ilustracja wyników (model 4)



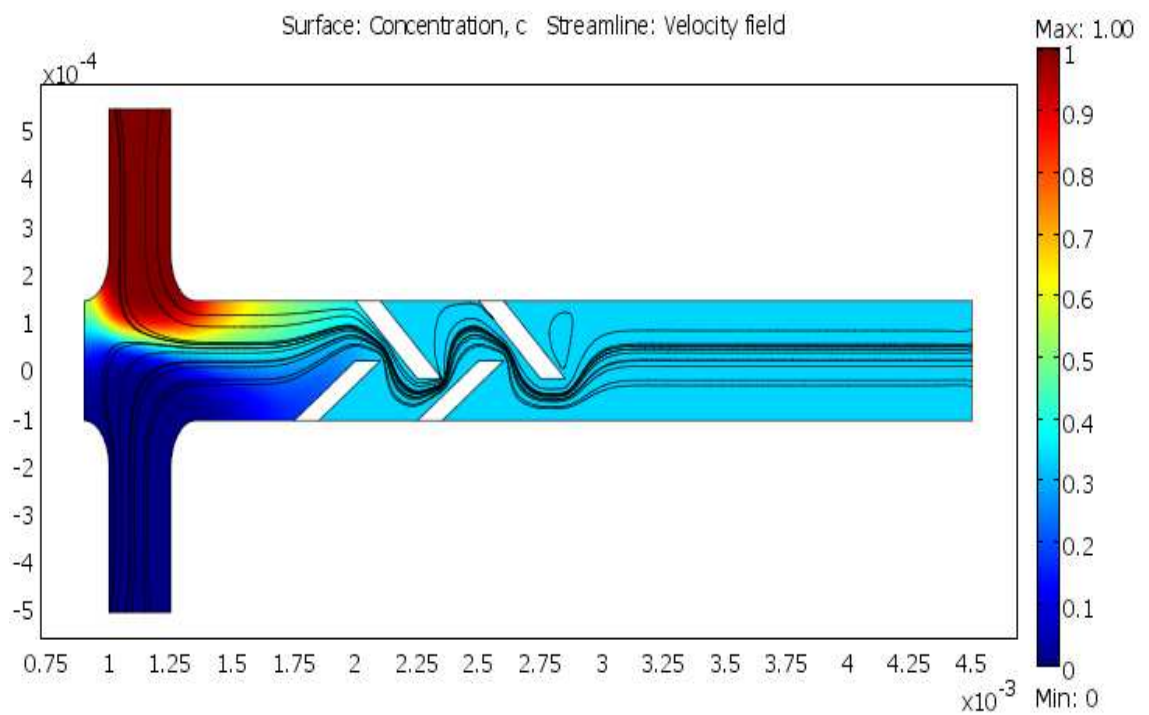
Rys. 6.9C Graficzna ilustracja wyników (model 4)

Tabela 6.7 Wartości wielkości charakteryzujących mieszanie rys. 6.9 (model 4)

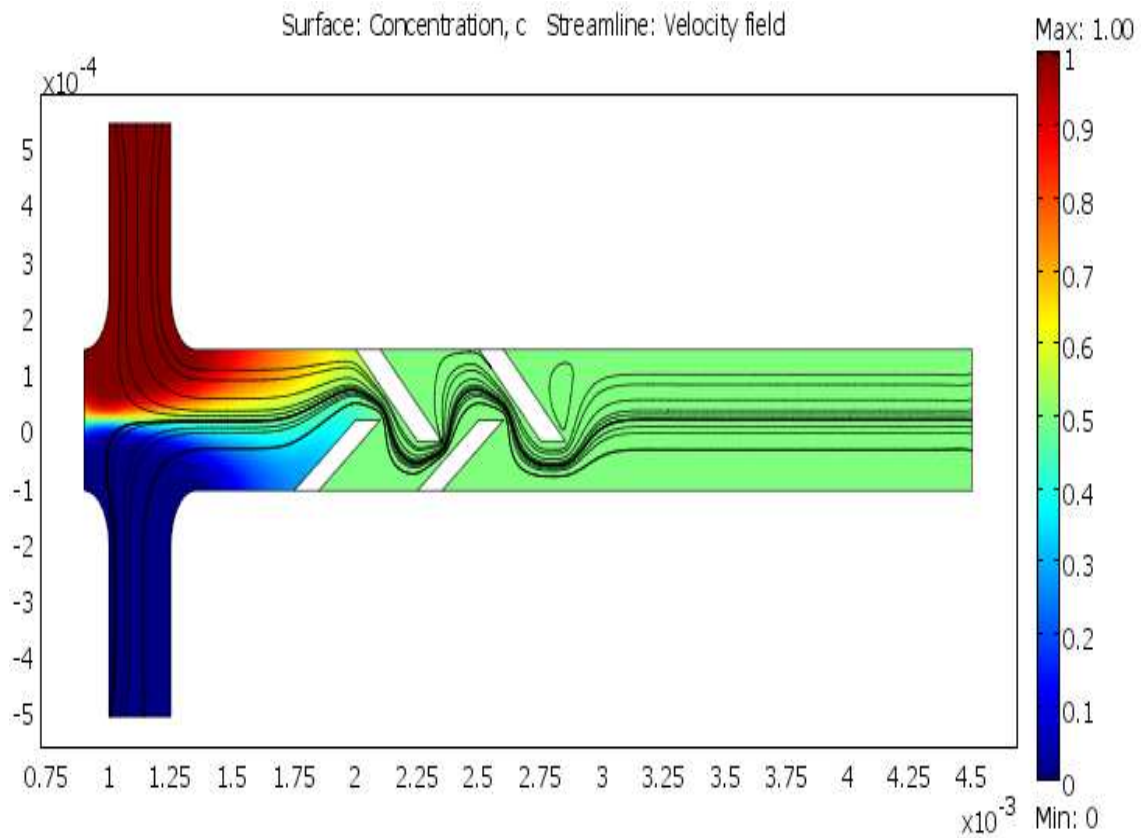
Wielkość	Mieszalnik 6.9D	Mieszalnik 6.9E	Mieszalnik 6.9F
$-v_1$	0.001	0.0005	0.001
v_2	0.0005	0.001	0.001
$Deff$	$2.0e-10$	$2.0e-10$	$1.0e-10$



Rys. 6.9D Graficzna ilustracja wyników (model 4)



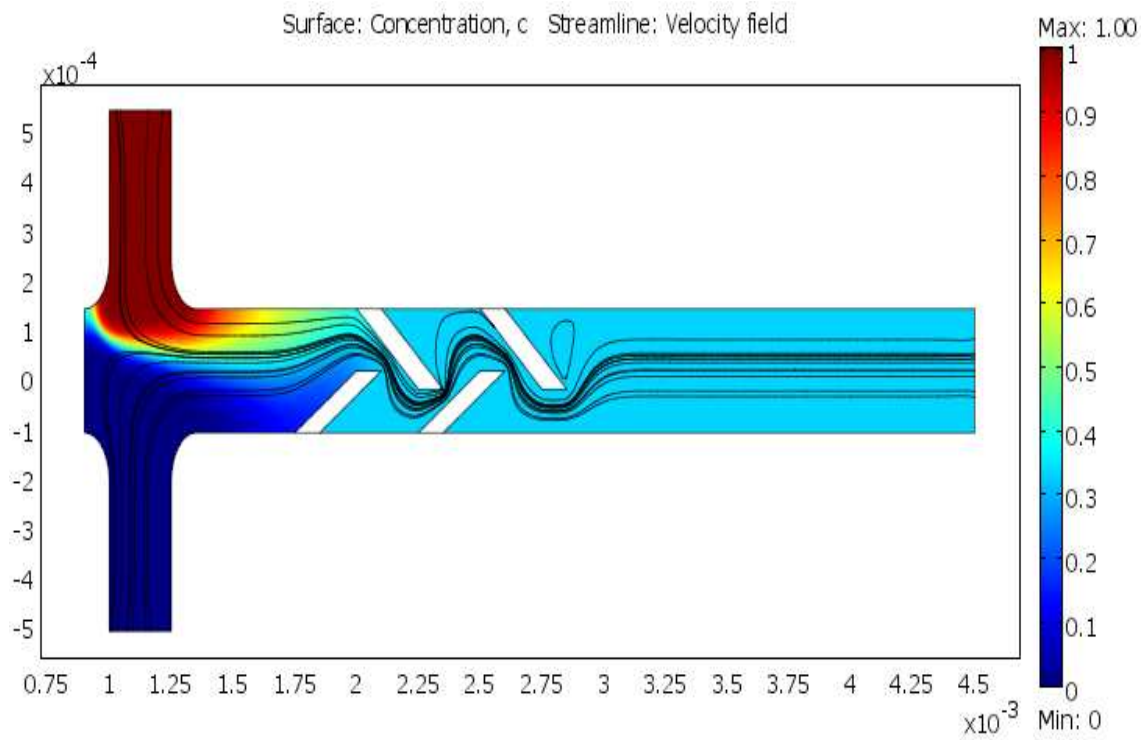
Rys. 6.9E Graficzna ilustracja wyników (model 4)



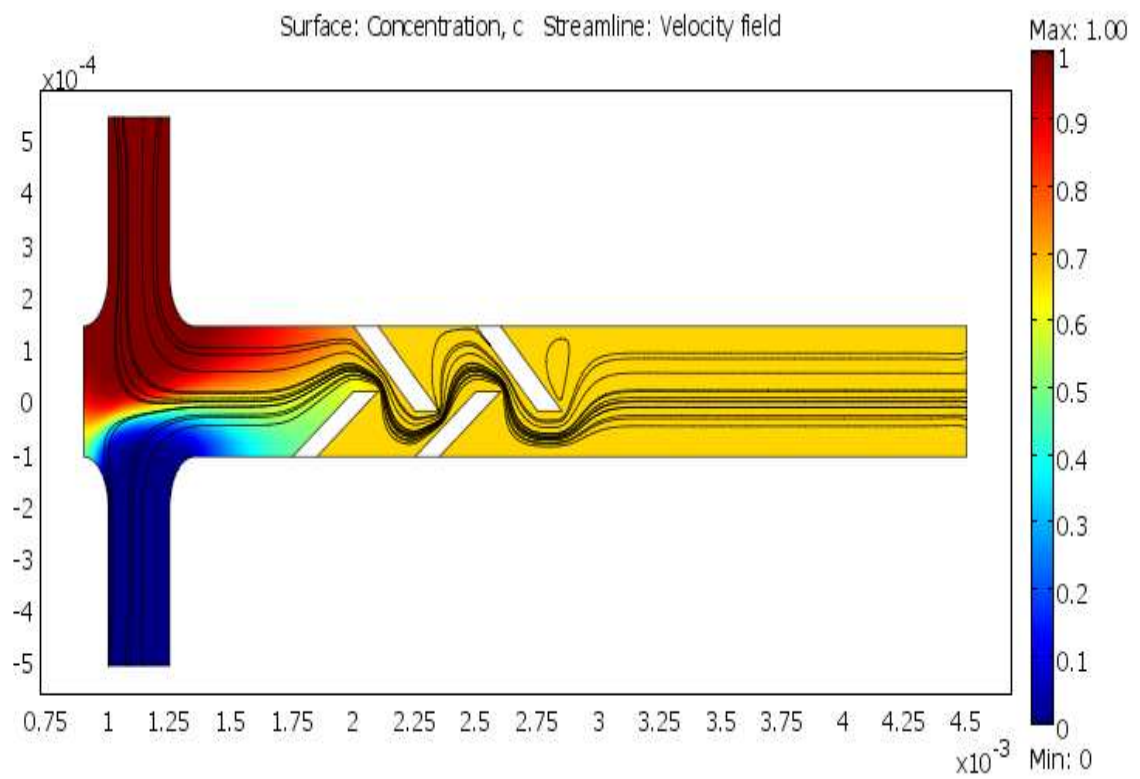
Rys. 6.9F Graficzna ilustracja wyników (model 4)

Tabela 6.8 Wartości wielkości charakteryzujących mieszanie rys. 6.9 (model 4)

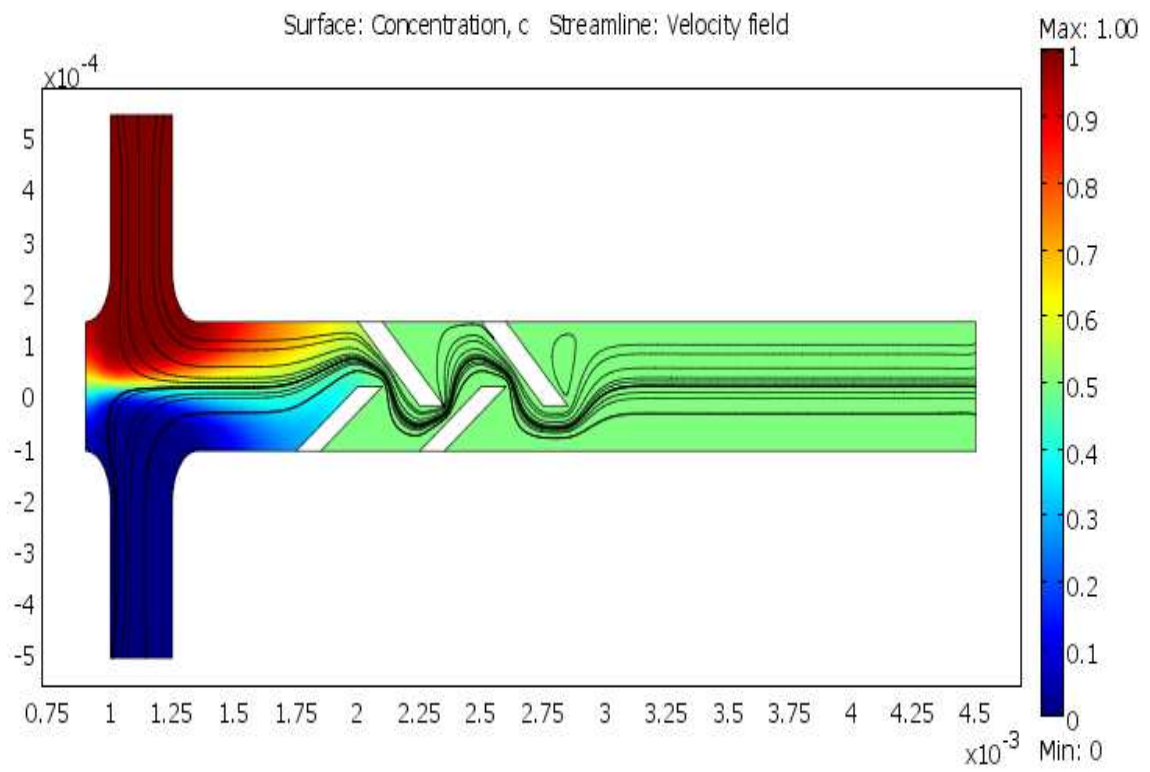
Wielkość	Mieszalnik 6.9G	Mieszalnik 6.9H	Mieszalnik 6.9I
$-v_1$	0.0005	0.001	0.001
v_2	0.001	0.0005	0.001
$Deff$	1.0e-10	1.0e-9	1.0e-9



Rys. 6.9G Graficzna ilustracja wyników (model 4)



Rys. 6.9H Graficzna ilustracja wyników (model 4)



Rys. 6.91 Graficzna ilustracja wyników (model 4)

7. Podsumowanie i wnioski

Celem niniejszej pracy było zobrazowanie symulacji mieszania się płynów w prostych mikserach jakimi były rury z umieszczonymi w różnych wariantach przeszkodami. Po przeanalizowaniu wielu symulacji możemy dokonać optymalizacji idealnego kształtu miksera, biorąc jednocześnie pod uwagę szereg warunków opisujących zjawisko przepływu oraz mieszania się płynów.

Przeprowadzone symulacje pozwoliły określić najkorzystniejszy wariant kształtu miksera oraz pokazać symulację dla różnych modeli mikserów. Do każdego modelu zostały przeprowadzone po trzy symulacje, w których zmiennymi były prędkości v_1 oraz v_2 oraz współczynnik De_{eff} .

Model nr 1 to model bez umieszczonych wewnątrz przeszkód. Efekt końcowy w takim mikserze jest daleki od zadawalającego. Wymieszanie płynów nastąpiły tylko przy ich styku. W modelu nr 2 przeszkody umieszczone były pod kątem prostym w stosunku to ścian miksera oraz przesunięte względem siebie. Mieszanie, podobnie jak w modelu nr 1, nie było zadowalające, ale przy prędkościach $v_1 = 0,0005 \left[\frac{m}{s}\right]$ i $v_2 = 0,001 \left[\frac{m}{s}\right]$ oraz współczynniku $De_{eff} = 1.0e-9$, przy wylocie z miksera, płyny w znacznym stopniu zostały ze sobą wymieszane.

Kolejnym modelem który brał udział w symulacji był model nr 3 z umieszczonymi przeszkodami pod kątem 45 stopni. Mieszanie w dwóch pierwszych przypadkach tj. przy prędkościach $v_1 = 0,001 \left[\frac{m}{s}\right]$, $v_2 = 0,001 \left[\frac{m}{s}\right]$ oraz $v_1 = 0,001 \left[\frac{m}{s}\right]$ i $v_2 = 0,0005 \left[\frac{m}{s}\right]$ przyniosło zbliżone wartości i stopień wymieszania, natomiast przy prędkościach $v_1 = 0,001 \left[\frac{m}{s}\right]$ i $v_2 = 0,0005 \left[\frac{m}{s}\right]$ oraz współczynniku $De_{eff} = 1.0e-9$ stopień wymieszania był lepszy w stosunku to poprzednich dwóch przypadków. Model nr 4 to mikser, w którym tak jak poprzednio, zostały umieszczone przeszkody w kształcie łopatek, również pod kątem 45 stopni, z tą tylko różnicą, że łopatki są przesunięte względem siebie. Model ten jako najbardziej skomplikowany został poddany dziewięciu symulacją dla różnych konfiguracji prędkości płynów v_1 , v_2 oraz współczynnika De_{eff} . Dla

wszystkich symulacji zostały otrzymane bardzo zadowalające wyniki, jednak dla trzech przypadków były one najlepsze. Są to modele zilustrowane na rysunkach: 6.9A, 6.9F oraz 6.9I. Te trzy przypadki charakteryzuje jedna wspólna cecha, mianowicie ciecze zostały wpuszczone do mikserów z jednakowymi prędkościami.

Podsumowując, spośród czterech modeli (rys. 6.2-6.5), które brały udział w analizie, przeprowadzone symulacje wyłoniły najbardziej efektywny mieszacz jakim jest mikser nr 4 (rys. 6.5).

Na podstawie analizy literatury można stwierdzić, że brak jest w literaturze pełnej analizy procesów mieszania się płynów newtonowskich w prostych układach geometrycznych. W dotychczasowych pracach autorzy skupili się na przede wszystkim na układach mechanicznych, a publikacje dotyczące mieszalników statycznych nie przedstawiały sposobu wyboru najlepszego miksera spośród kilku o podobnych cechach geometrycznych.

Bibliografia

- [1] R. Gryboś „*Podstawy mechaniki płynów*”, PWN Warszawa 1989.
- [2] O.C. Zienkiewicz, R.L. Taylor „*The Finite Element Method, Volume 3: Fluid Dynamics (Fifth edition)*”, Butterworth – Heinemann, Oxford, 2000.
- [3] Internet: <http://icis.pcz.pl/~roman/index2.html>.
- [4] Internet: <http://www.tobl.krakow.pl/CategoryView.php?categoryId=48>.
- [5] Internet: <http://.comsol.com>.
- [6] Internet: <http://mieszanie.republika.pl>.
- [7] Biuletyn GM System, „*Integracja systemów inżynierskich*”, lipiec 2006.
- [8] J. Kamiński „*Mieszanie układów wielofazowych*”, WNT Warszawa 2004.
- [9] Z. Kazimierski „*Podstawy mechaniki płynów i metod komputerowej symulacji przepływów*”, Wydawnictwo Politechniki Łódzkiej Łódź 2004.
- [10] LEWA GmbH, Nr broszury *PL – LEWA CHEMINEER* 02.2009.
- [11] Internet: http://ap.pw.plock.pl/lab/itc_4.pdf.
- [12] K. Banaś, „*Metoda Elementów Skończonych*”, Seminarium BIT CM UJ, 17 maja 2006.
- [13] Comsol Multiphysics 3.4 User’s Guide, „*Modeling Guide and Model Library*”, Documentation Set, Comsol AB, 2007.

Spis rysunków

<i>Tabela 2.1</i>	<i>Zastosowanie procesu mieszania</i>	10
<i>Tabela 6.1</i>	<i>Warunki brzegowe zagadnienia</i>	30
<i>Tabela 6.2</i>	<i>Właściwości płynów i przepływu</i>	31
<i>Tabela 6.3</i>	<i>Wartości wielkości charakteryzujących mieszanie rys. 6.6 (model 1)</i>	34
<i>Tabela 6.4</i>	<i>Wartości wielkości charakteryzujących mieszanie rys. 6.7 (model 2)</i>	36
<i>Tabela 6.5</i>	<i>Wartości wielkości charakteryzujących mieszanie rys. 6.8 (model 3)</i>	38
<i>Tabela 6.6</i>	<i>Wartości wielkości charakteryzujących mieszanie rys. 6.9 (model 4)</i>	40
<i>Tabela 6.7</i>	<i>Wartości wielkości charakteryzujących mieszanie rys. 6.9 (model 4)</i>	42
<i>Tabela 6.8</i>	<i>Wartości wielkości charakteryzujących mieszanie rys. 6.9 (model 4)</i>	44
<i>Rys. 2.1</i>	<i>Bezszczelinowy mieszacz statyczny, zapewniający maksymalną wymianę ciepła</i>	5
<i>Rys. 2.2</i>	<i>Element mieszacza statycznego do instalacji w rurociągu</i>	6
<i>Rys. 2.3</i>	<i>Mieszacz statyczny typu KM, w elemencie roboczym nie występują ruchome części</i>	7
<i>Rys. 2.4</i>	<i>Mieszacz statyczny składający się z wielu krzyżujących się łopatek</i>	7
<i>Rys. 2.5</i>	<i>Mieszacz statyczny typu HEV, dla przepływów turbulentnych</i>	8
<i>Rys. 2.6</i>	<i>Zasada działania mieszaczy statycznych typu HEV</i>	8
<i>Rys. 2.7</i>	<i>Zasada działania mieszalnika statycznego</i>	9
<i>Rys.4.1</i>	<i>Dyskretyzacja modelu ciągłego – transformacja w zbiór (siatkę) elementów skończonych</i>	18
<i>Rys. 4.2</i>	<i>Schematy ideowe wybranych elementów skończonych</i>	21
<i>Rys. 5.1</i>	<i>Biblioteka programu COMSOL Multiphysics</i>	27
<i>Rys. 6.1</i>	<i>Opis geometryczny modelu</i>	29
<i>Rys. 6.2</i>	<i>Geometria mieszalnika (model 1)</i>	32
<i>Rys. 6.3</i>	<i>Geometria mieszalnika (model 2)</i>	33
<i>Rys. 6.4</i>	<i>Geometria mieszalnika (model 3)</i>	33
<i>Rys. 6.5</i>	<i>Geometria mieszalnika (model 4)</i>	34
<i>Rys. 6.6A</i>	<i>Graficzna ilustracja wyników (model 1)</i>	35
<i>Rys. 6.6B</i>	<i>Graficzna ilustracja wyników (model 1)</i>	35
<i>Rys. 6.6C</i>	<i>Graficzna ilustracja wyników (model 1)</i>	36
<i>Rys. 6.7A</i>	<i>Graficzna ilustracja wyników (model 2)</i>	37
<i>Rys. 6.7B</i>	<i>Graficzna ilustracja wyników (model 2)</i>	37
<i>Rys. 6.7C</i>	<i>Graficzna ilustracja wyników (model 2)</i>	38
<i>Rys. 6.8A</i>	<i>Graficzna ilustracja wyników (model 3)</i>	39
<i>Rys. 6.8B</i>	<i>Graficzna ilustracja wyników (model 3)</i>	39

<i>Rys. 6.8C</i>	<i>Graficzna ilustracja wyników (model 3)</i>	40
<i>Rys. 6.9A</i>	<i>Graficzna ilustracja wyników (model 4)</i>	41
<i>Rys. 6.9B</i>	<i>Graficzna ilustracja wyników (model 4)</i>	41
<i>Rys. 6.9C</i>	<i>Graficzna ilustracja wyników (model 4)</i>	42
<i>Rys. 6.9D</i>	<i>Graficzna ilustracja wyników (model 4)</i>	43
<i>Rys. 6.9E</i>	<i>Graficzna ilustracja wyników (model 4)</i>	43
<i>Rys. 6.9F</i>	<i>Graficzna ilustracja wyników (model 4)</i>	44
<i>Rys. 6.9G</i>	<i>Graficzna ilustracja wyników (model 4)</i>	45
<i>Rys. 6.9H</i>	<i>Graficzna ilustracja wyników (model 4)</i>	45
<i>Rys. 6.9I</i>	<i>Graficzna ilustracja wyników (model 4)</i>	46

Streszczenie

Celem niniejszej pracy było zobrazowanie symulacji mieszania się płynów w prostych mikserach jakimi były rury z umieszczonymi w różnych wariantach przeszkodami. Po przeanalizowaniu wielu symulacji możemy dokonać optymalizacji idealnego kształtu miksera, biorąc jednocześnie pod uwagę szereg warunków opisujących zjawisko przepływu oraz mieszania się płynów.

Przeprowadzone symulacje pozwoliły określić najkorzystniejszy wariant kształtu miksera oraz pokazać symulację dla różnych modeli mikserów. Do każdego modelu zostały przeprowadzone po trzy symulacje, w których zmiennymi były prędkości v_1 oraz v_2 oraz współczynnik $Deff$.

Abstract

The purpose of this study was to illustrate the simulation of fluids mixing in simple mixer tubes which were placed in various obstacles. After examining a number of simulation optimization, we can make a perfect shape mixer, while taking into account a number of conditions that describe the phenomenon of movement and mixing of fluids.

The computer simulations helped to determine the best option to show the shape of the mixer and simulation models for different mixers. For each model were carried out three simulations, in which variables were speed V_1 and V_2 and the coefficient $Deff$.